

LOS PSICOMORFISMOS EN GEOMÉTRIA ENTRE ACCIONES DIRECTAMENTE EXPERIMENTABLES Y SUS FORMALIZACIONES CON FIGURAS .

**Dr Ruben Rodriguez Herrera
IUFM y IREM de Basse-Normandie
Francia**

Nivel: Fin de la primaria y/o principio de la secundaria

Actividades que permiten establecer psicomorfismos, (interacciones estructurantes), entre el universo de acciones directamente experimentables, efectuadas plegando hojas de papel, y el universo formalizado de las figuras geométricas respectivas , construidas con los instrumentos clásicos: regla, escuadra y compás.

Octubre del año 2007

LOS PSICOMORFISMOS EN GEOMÉTRIA ENTRE ACCIONES DIRECTAMENTE EXPERIMENTABLES Y SUS FORMALIZACIONES CON FIGURAS.

Dr Ruben Rodriguez Herrera
IUFM y IREM de Basse-Normandie
Francia

Nivel: Fin de la primaria y/o principio de la secundaria

Actividades que permiten establecer psicomorfismos (interacciones estructurantes), entre un universo de acciones directamente experimentables por el alumno, efectuadas plegando hojas

de papel, y el universo formalizado de las figuras geométricas respectivas ,construidas sobre el cuaderno por el alumno con los instrumentos clásicos: regla, escuadra y compás.

1°Primer curso

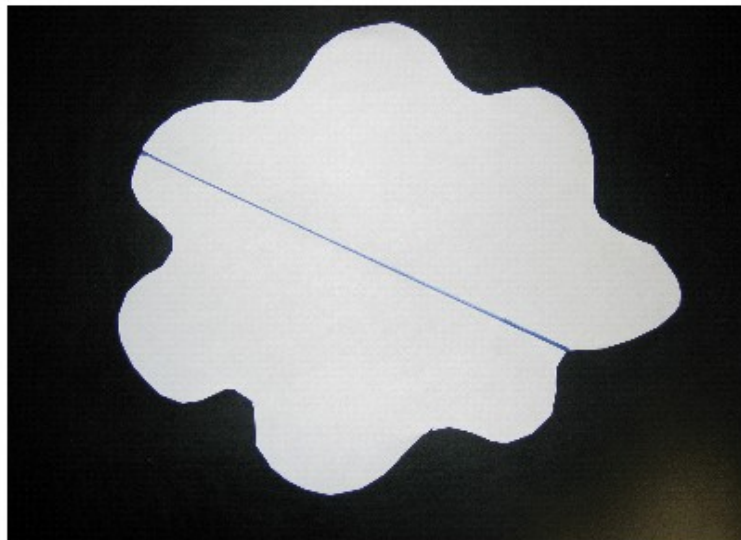
Fase1

Material: hojas recortadas con borde irregular, regla, escuadra.

En esta primera fase se desea instalar a todos los alumnos en la noción de ángulo, deángulos superponibles, de vértice, de lados de un ángulo.

Para ello se les pide que realizen un primer pliegue. El pliegue representa una recta, que trazan por encima con ayuda de la regla.

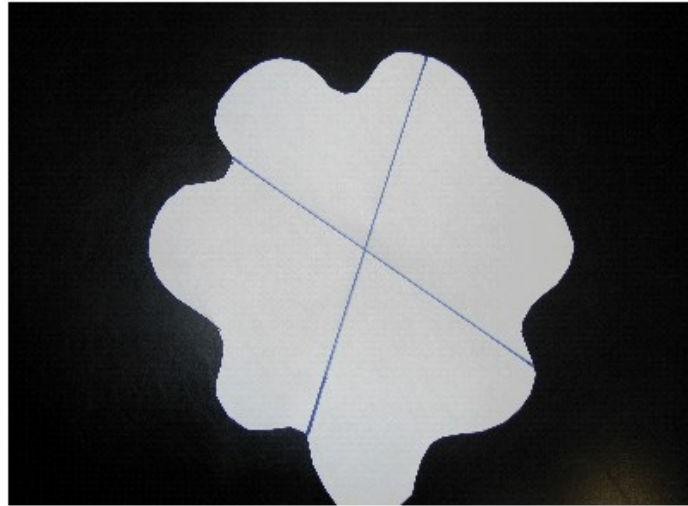
Un primer pliegue



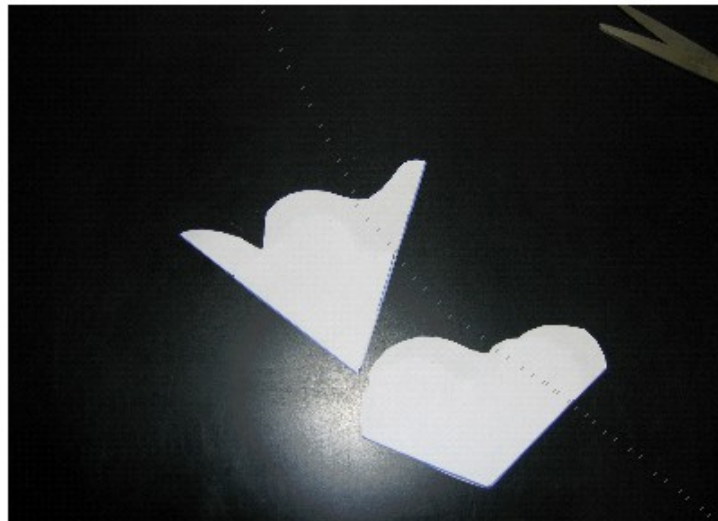
Luego se les dice de reabrir la hoja y de realizar un segundo pliegue completamente independiente del primero, pero que lo cruce.

Al repasar el segundo pliegue con un trazado aparecen visualmente cuatro ángulos que tienen un vértice común. Visualmente los alumnos dicen que hay dos superponibles o iguales y otros dos también superponibles. Se les solicita de recortar los cuatro ángulos.

Un segundo pliegue, luego de haber abierto la hoja



Recortado de los ángulos y superposición

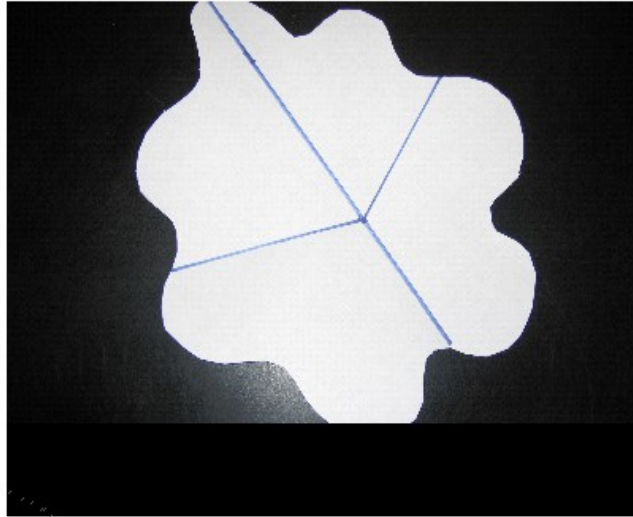


Aquí se solicita la expresión de los alumnos para que ellos verbalicen sus acciones directamente experimentables. Es así que ellos toman bien consciencia que lo primero es hacer coincidir los vértices luego dos lados y por último se mira para comprobar que los otros dos lados restantes se han superpuesto automáticamente. Un tema importante aquí es, que para que dos ángulos sean iguales o superponibles lo que importa verificar es la coincidencia de los vértices y los lados, en cambio, el “límite” irregular del borde interior de la hoja no es tenido en cuenta, ya que un ángulo no tiene “límite”.

Fase2

Aquí los alumnos ya se han apropiado de la actividad de plegar una hoja, se les propone de realizar dos plegamientos consecutivos, es decir un segundo pliegue sin abrir la hoja, luego de haber realizado un primer pliegue. El resultado conduce a dos pares de ángulos superponibles, en otra configuración.

Un pliegue y otro después sin abrir la hoja



También aquí deben recortar para comprobar con una acción experimentable y experimentada, que obtienen dos pares de ángulos superponibles. También se aprovecha para que comparen y comprueben que hay un tipo de ángulo más grande que el otro tipo.

Fase 3

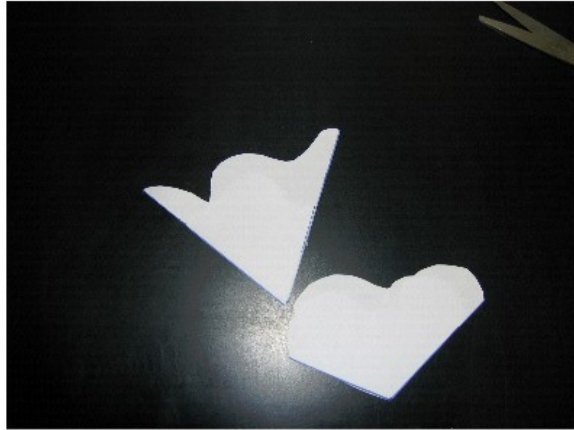
Se llega aquí a un momento importante de la actividad : Se les plantea a los alumnos un problema.

Realizar dos pliegues para obtener cuatro ángulos superponibles.

Este es un verdadero problema ya que el alumno debe anticipar y ajustar su gesto para que los cuatro ángulos sean “iguales”.

Los alumnos explican como lo hicieron y se concluye que para obtener la igualdad se debe disminuir el tamaño del tipo de ángulo grande y al mismo tiempo agrandar el tipo de ángulo más chico. Es así que la solución consiste a hacer un primer pliegue y luego sin desplegar la hoja hacer un segundo pliegue justo por encima, de manera que los bordes del primero y del segundo pliegue, coincidan.

De nuevo dos pares de ángulos superponibles. Dos grandes y dos chicos.

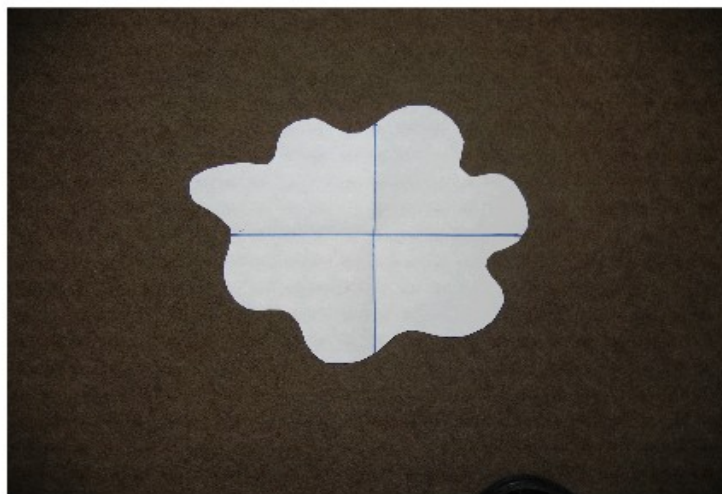


Comentario didáctico: esta solución es bien conocida por los docentes. Lo importante es desarrollar una actitud positiva en cada alumno y que al resolver problemas, ellos lleguen a la solución por su propia reflexión, luego de haber realizado las dos primeras fases. Un “contrato didáctico” que incita a los alumnos a resolver problemas para obtener métodos matemáticos, los lleva a establecer una actitud de confianza y a actuar con naturalidad con respecto a la matemática. Por el contrario si se les “muestra como hacer” para obtener ángulos rectos, simplemente por imitación del gesto del docente, sin que ello sea precedido por una actividad de búsqueda, se desarrolla una actitud de pérdida de confianza en si mismo y de dependencia.

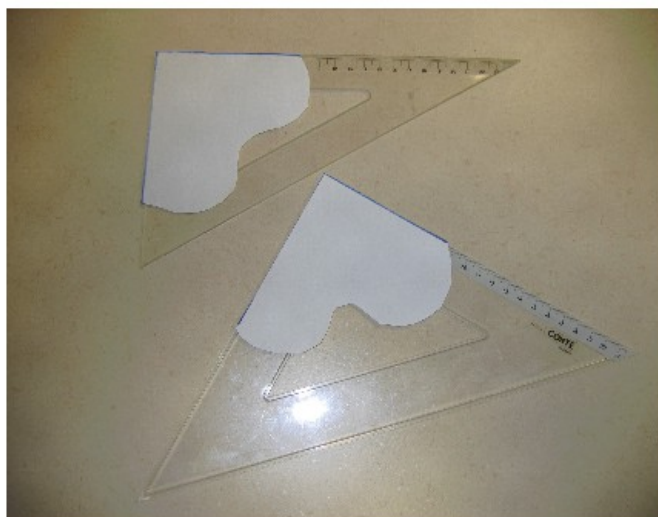
En esta etapa aparece por vez primera la escuadra. Se les pide a los alumnos que verifiquen bien, con la ayuda de un ángulo recto recortado, que la escuadra posee bien un ángulo recto. Comentario didáctico: el hecho de haber situado primero al alumno en el universo de las acciones directamente experimentables de los pliegues y que recién después aparece la escuadra, prepara a este alumno, a tomar conciencia, que el universo de las figuras geométricas realizadas con los instrumentos específicamente fabricados, es el que formaliza las acciones. Esta es la finalidad epistemológica e histórica de la utilización de las figuras y los instrumentos en geometría.

Esto nos parece sumamente importante: el alumno debe tener bien claro que el universo de las figuras ha sido creado para representar geoméricamente otros universos de acciones experimentables y así poder reflexionar y anticipar.

Cuatro ángulos superponibles Se llaman ángulos rectos



Se verifica que los ángulos de la
escuadra son bien rectos



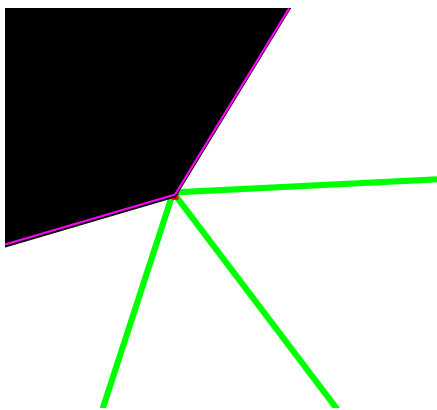
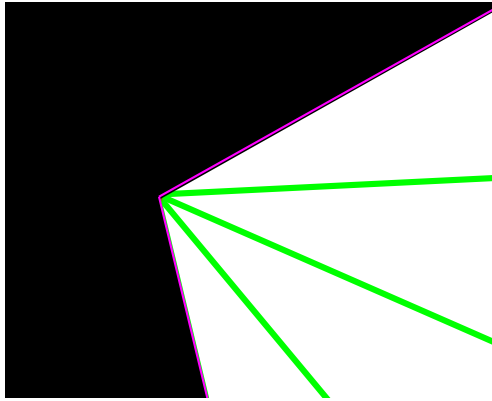
Fase 4

Aquí se les invita a comparar los ángulos rectos con los que se han construido en las otras fases. El objetivo es de comprobar que hay ángulos más pequeños, se los llama agudos y otros más grandes, se los llaman obtusos.

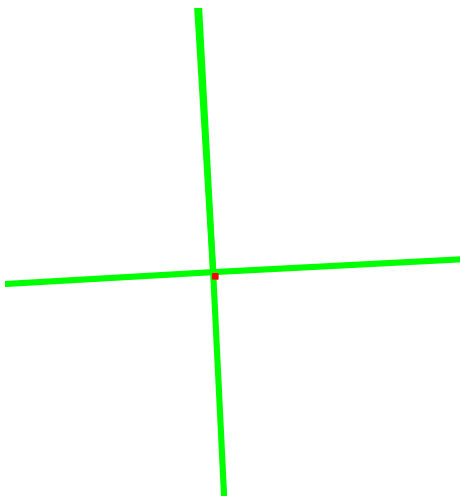
Se les pide que construyan, (sirviéndose de un agudo como modelo), dos ángulos afines de obtener cuatro agudos superponibles o “iguales”. Luego se les pregunta si poniendo estos cuatro

agudos iguales con el vértice coincidente y cada lado junto a un lado del ángulo consecutivo se logra llenar el espacio completo de la hoja. La respuesta es no, ya que no alcanza, queda un espacio sin llenar.

Se realizan varias figuras con cuatro ángulos agudos iguales, siempre queda un vacío, representado aquí con color negro.



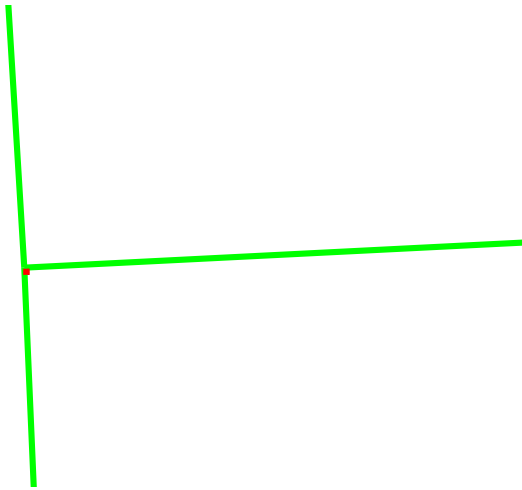
Se comprueba luego, que con cuatro ángulos rectos obtenemos un espacio lleno sin vacío alguno. Se aprovecha para nombrar esta reunión de cuatro ángulos rectos un ángulo completo



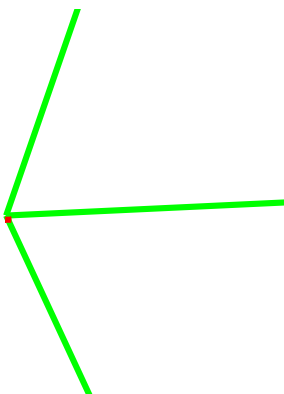
Se comprueba aquí que con cuatro ángulos obtusos superponibles se sobrepasa el ángulo completo.

Comentario: mas adelante en otro curso se puede comprobar estas propiedades con una computadora y en geometria dinámica. Nosotros lo tenemos bien claro que, para aprender geometria, primero tenemos que realizar bastante acciones directamente experimentables acompañadas de las construcciones a la regla, compás y escuadra. Recién después de haber integrado bien las propiedades se las podrá encontrar con la geometria dinámica, que en este caso consolida que, cuando se llega, (moviendo una de las semirectas), a cuatro ángulos rectos se obtiene exactamente un ángulo completo.

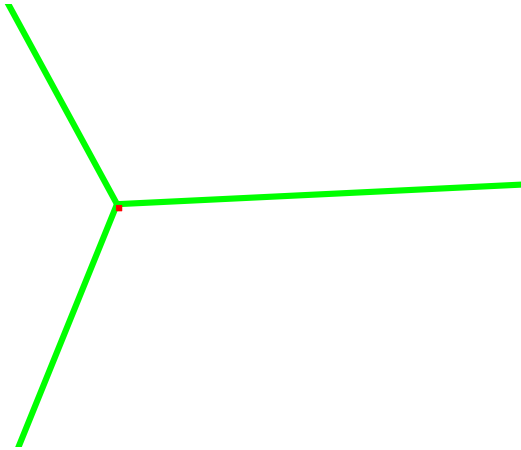
Se aprovecha qui para comprobar que con dos rectos se obtiene un ángulo formado por un vértice y los lados alineados , (se aprovecha para decir que se trata de dos semirectas opuestas). Se llama a este ángulo: ángulo llano



Se comprueba que con la reunión de dos agudos superponibles se obtiene un ángulo mas chico que un llano.



Y que con la reunión de dos obtusos superponibles se obtiene un ángulo mas grande que un llano.



2° Segundo curso

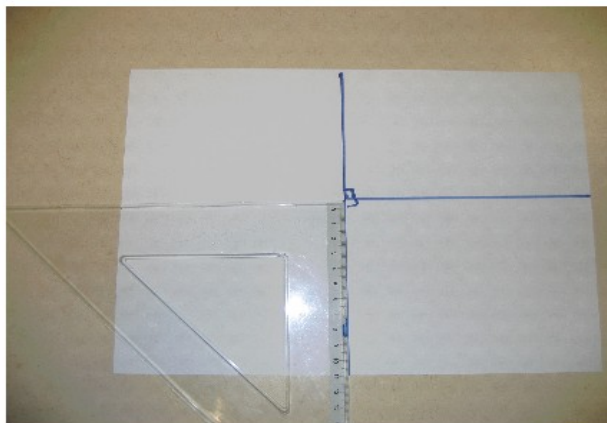
El objetivo principal de este segundo curso es de trabajar en el universo formalizado de las figuras geométricas construidas con los instrumentos adecuados. Aquí son la escuadra y la regla los dos instrumentos que van a realizar el psicomorfismo, (correspondencia estructurada del aprendizaje), entre las figuras y las acciones del primer curso

Fase 1

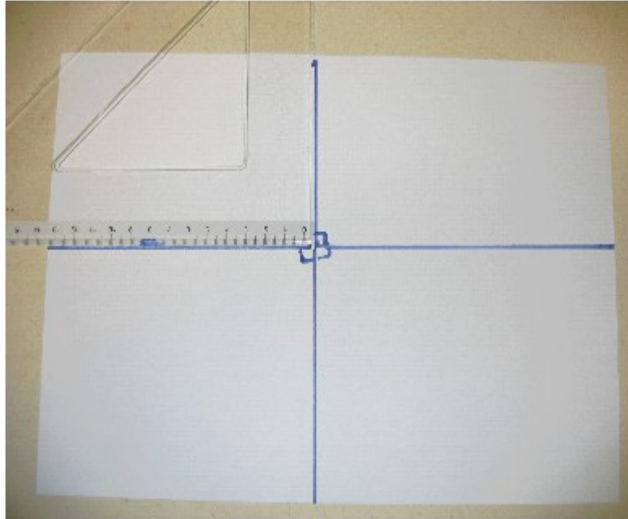
Se les pide de utilizar solamente la escuadra para obtener una figura constituida por cuatro ángulos rectos, como las que obtuvimos por plegamientos

Aquí los alumnos construyen un primer ángulo recto, luego un segundo, luego un tercero y comprueban que el cuarto ángulo restante es obligatoriamente recto. Es así que van marcando un pequeño “cuadrado” para informar que el ángulo es recto. Se les hace contar los trazados y ellos dicen que realizaron cuatro trazados.

**Se trazan los cuatro ángulos rectos
solo con la escuadra**



Cuando se trazan tres el cuarto es también un ángulo recto



Se les solicita de trazar un primer recto con la escuadra y luego de dejar la escuadra y trazar los otros tres solo con la regla. Se cuentan los trazados, que aquí son también cuatro trazados. El objetivo es de llegar al trazado optimal, (los menos trazados posibles), de la figura que representa dos rectas perpendiculares.

Se traza primero un ángulo recto a la escuadra y luego solo con la regla se trazan los otros tres

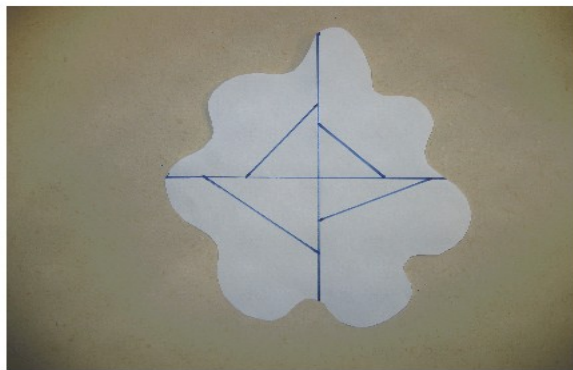


Aquí se les solicita de utilizar la escuadra y la regla y de obtener la figura formada por dos rectas perpendiculares, solamente con tres trazados. Los alumnos llegan a la solución que consiste a trazar a la regla, una recta, luego a la escuadra un ángulo recto y finalmente a la regla por prolongamiento, la otra semirecta que forma con la anterior las dos perpendiculares. El total de trazados es tres.

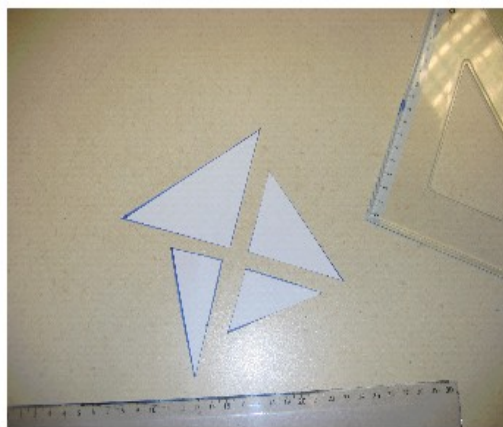
Fase 2°

Aquí se trabaja por medio de acciones de plegamiento la realización de cuatro triángulos rectángulos no superponibles

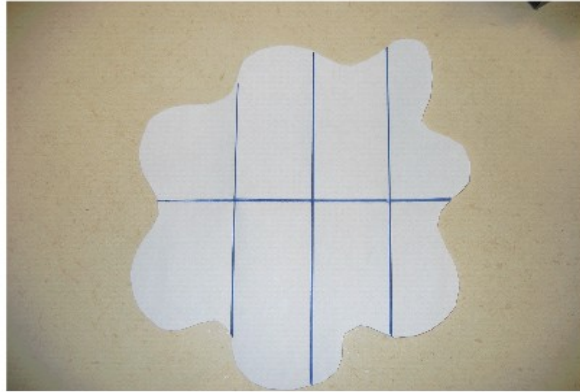
Se obtiene por plegamientos cuatro triángulos rectángulos de distinto tamaño



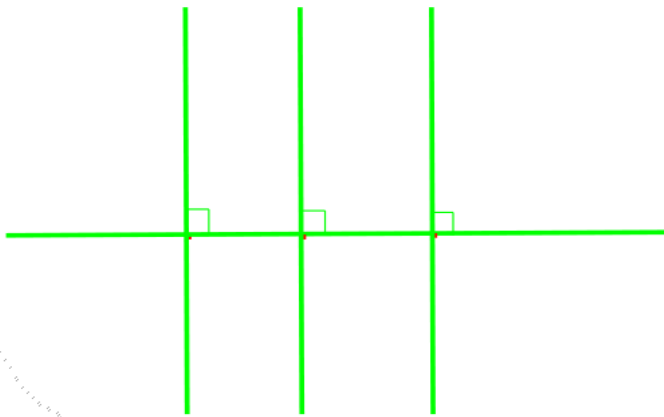
Se miden los lados de cada triángulo y se comprueba que el lado opuesto al ángulo recto es siempre más grande que los otros dos lados.



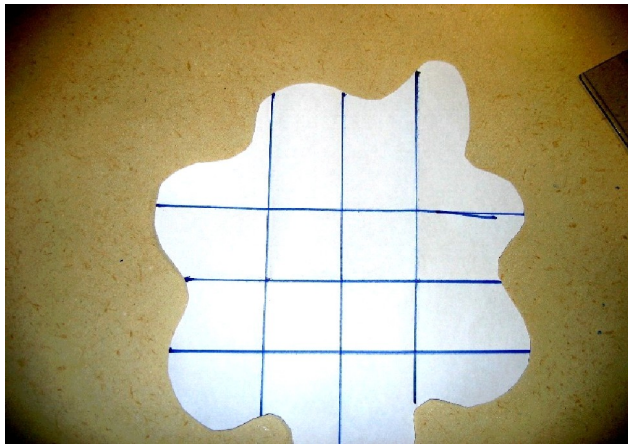
Por plegamientos se obtienen tres
rectas perpendiculares a una
misma recta



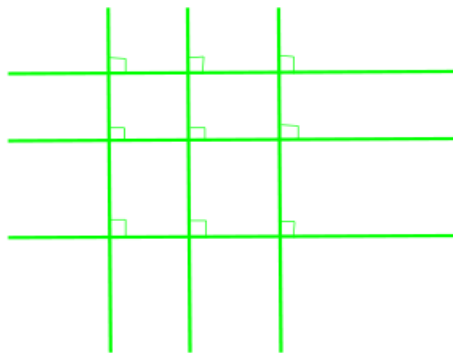
Con la escuadra se trazan tres
perpendiculares a una misma recta



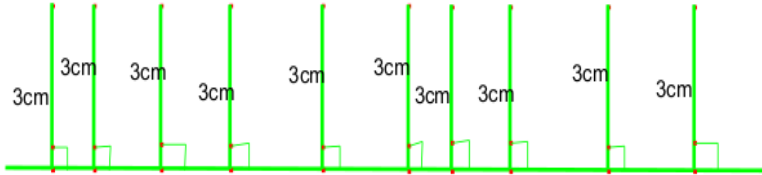
Por plegamiento se obtienen tres rectas perpendiculares a otras tres rectas



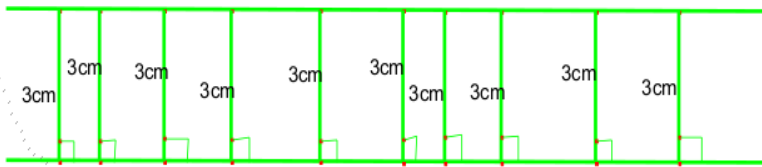
Con la escuadra se trazan tres rectas perpendiculares a una misma recta y luego dos rectas perpendiculares a esas tres.



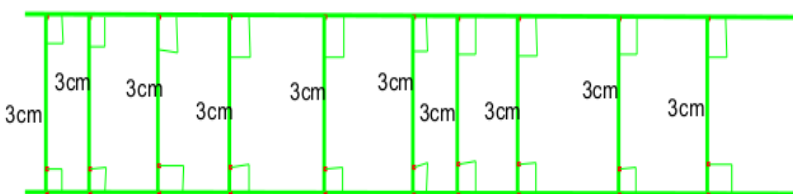
Se trazan varios puntos a 3 cm de la recta dada, cada uno sobre una perpendicular.



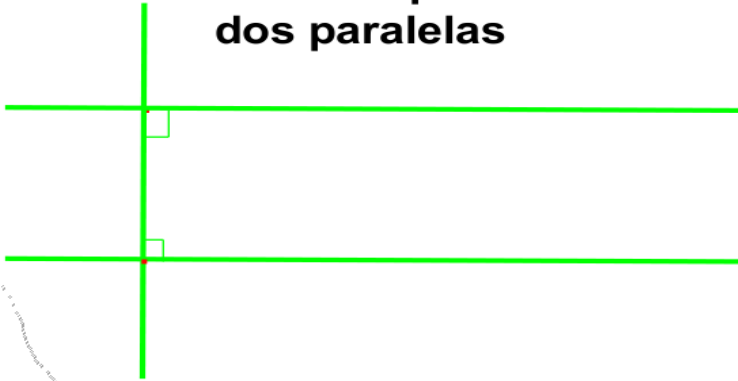
Se comprueba con la regla que todos esos puntos pertenecen a la misma recta. Se nombra a las dos: rectas paralelas.



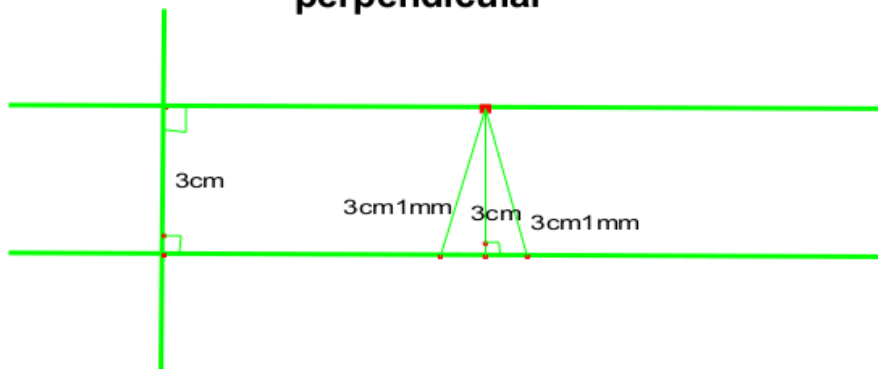
Se verifica que todas las perpendiculares a la primera recta son también perpendiculares a la paralela.



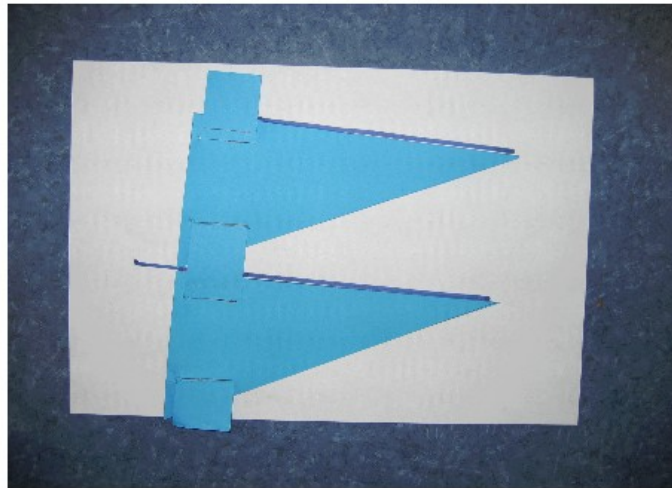
Se traza con la regla y la escuadra dos perpendiculares a una misma recta para obtener dos paralelas



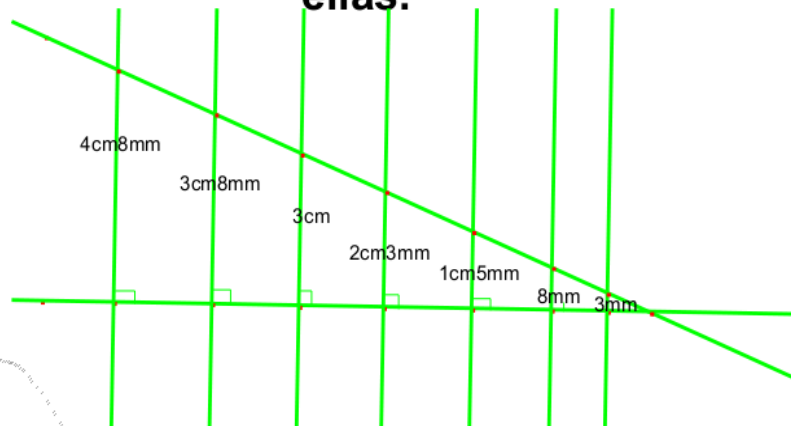
Se elije un punto sobre una de las rectas y se comprueba que la distancia mas chica, a la otra recta es cuando se la mide sobre la perpendicular



Se fabrica un instrumento con dos escuadras y una regla para trazar paralelas.



Se trazan dos rectas secantes y se miden algunas distancias sobre perpendiculares a una de ellas.



Comentario : como se lo vé luego de haber realizado varias acciones por plegamiento se trabaja cada vez mas dentro del universo formalizado de las figuras geométricas construidas con los instrumentos apropiados. Este universo cuya función es de representar ,poco a poco se constituye en un nuevo universo de acciones experimentables d'un degré supérieur, con la ayuda de los instrumentos geométricos para estructurar las propiedades.

Es muy importante entonces proponer problemas que se puedan realizar dentro de cada universo. Por ejemplo trazar con la escuadra y la regla dos rectas paralelas a 4cm de distancia. Luego construir otras dos rectas paralelas a 4cm de distancia, solo con plegamientos y utilizando solamente la graduación de la regla para medir los 4cm.

Conclusión

Les he presentado aquí un ejemplo de trabajo con las perpendiculares y las paralelas que parte de acciones directamente experimentables con los pliegues y que realiza un psicomorfismo estructurante con el universo de las figuras geométricas. Este principio de los psicomorfismos estructurantes que hemos encontrado en nuestras primeras investigaciones en aprendizaje, (ver bibliografía n°2), es bien general y nos ha servido siempre de base para concebir secuencias de aprendizaje en distintos temas de la matemática, ya sea en geometría como en aritmética.

Dr Ruben Rodriguez Herrera
Ruben.rodriquez@caeniufm.fr

Bibliografía:

1° Ruben Rodriguez Herrera, « La Enseñanza de la matemática : fracciones-numeros racionales » , CIEP , Montevideo , Uruguay, 1976

2° Ruben Rodriguez Herrera, « La pédagogie des mathématiques est-elle moderne ? », Thèse en Sciences de l'Education, Caen 1978

3° Ruben Rodriguez Herrera, dans “Géométrie plane en sixième” , CNDP, CRDP, Caen, France, 1998

5° Ruben Rodriguez Herrera, Danielle Salles Le-Gac , « Du dessin perçu à la figure, activités géométriques pour le collège » Ellipses, Paris, août 2005