Introduction à la notion d’équation en 4ème

Par Sophie GUNTZBERGER
(collège de Mondeville)

<u>Objectif:</u>

Aborder le thème des « équations » en faisant naître un besoin.

Présenter les équations comme un outil mathématique, et non comme une fin en soi.

Mais aussi…

- Développer l’esprit d’initiative
- Utiliser un tableur
- Effectuer des opérations (mentalement ou avec la calculatrice)
- Tester si une égalité est vraie
- Calculer « à l’envers »
- Produire une expression littérale
- Développer une expression littérale
- Résoudre un problème

Déroulement du travail:

→1ère séance: ¾ d'heure de travail sur le problème proposé (seul pour les 3 premières questions, puis seul ou par deux ou trois pour la 4ème question; les élèves qui le voulaient pouvaient accéder au tableur)

→ 2ème séance:

- Bilan des diverses recherches (valeurs approchées d'une solution)
- Utilisation d'une inconnue, écriture de l'équation
- Activité « les balances »
- Résolution de l'équation

→ Par la suite:

Exercices de technique de résolution d'équations
Problème se ramenant à la résolution d'équations
Résumé de cours

Problème proposé:

On propose deux programmes de calcul :

Programme A
Choisir un nombre
Multiplier ce nombre par 3
Ajouter 7

Programme B
Choisir un nombre
Multiplier ce nombre par 5
Retrancher 4
Multiplier par 2

1) On choisit 3 comme nombre départ. Quel est le résultat avec le programme B ?
2) On choisit (-2) comme nombre de départ. Quel est le résultat avec le programme A ?
3) a) Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme A soit (-2) ?
   b) Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme B soit 0 ?
4) Quel nombre faut-il choisir pour obtenir le même résultat avec les deux programmes ?

Quelques démarches d’élèves (1ère séance)

Mélissa:

1) Programme A :

$2 \times 3 + 7$

$= 6 + 7$

$= 13$

$2{,}5 \times 3 + 7$

$7{,}5 + 7$

$14{,}5$

$2{,}3 \times 3 + 7$

$= 6{,}3 + 7$

$= 13{,}3$

Programme B.

$(2 \times 5 - 4) \times 2$

$= 6 \times 2$

$= 12$

$(2{,}5 \times 5 - 4) \times 2$

$8{,}5 \times 2$

17

$(2{,}3 \times 5 - 4) \times 2$

$7{,}5 \times 2$

15

Mathieu

3) a) $(-8) - 1 : 3 = (-9) : 3 = -3$

Il faut choisir (-3) comme nombre de départ pour que le résultat du programme soit (-8).

b) $(0 : 8 + 4) : 5 = (0 + 4) : 5 = 4 : 5 = 0{,}8$

Il faut choisir 0,8 comme nombre de départ pour que le résultat du programme B soit 0.

4) Le nombre qu'il faut choisir est pour que les deux

2,14285

Lucie

3) ⓐ Pour savoir le nombre de départ qu'il faut choisir, il faut faire l'inverse de l'ordre du programme : $(-2) - 7 = -9$ et $-9 \div 3 = -3$
Je peux vérifier si mon nombre de départ est bon en refaisant le programme dans le bon sens avec (-3) : $(-3) \times 3 + 7 = -2$
Donc le nombre de départ qu'il faut choisir est (-3).

ⓑ Je vais faire comme au ⓐ : $0 \div 2 = 0$
$0 + 4 = 4$ et $4 \div 5 = 0{,}8$
Donc le nombre de départ qu'il faut choisir est 0,8.

4) En utilisant le tableur (sur l'ordinateur), j'ai trouvé que le nombre de départ le plus proche pour que les deux programmes aient le même résultat est 2,1 avec comme résultat 13 pour le A et 13,3 pour le B.

nombre choisi	programme A	programme B	différence
3	16	22	-6
-2	1	-28	29
1	10	2	8
2	13	12	1
3	16	22	-6
2,5	14,5	17	-2,5
2,4	14,2	16	-1,8
2,6	14,8	18	-3,2
2,3	13,9	15	-1,1
2,2	13,6	14	-0,4
2,1	13,3	13	0,3
2	13	12	1

Amellya:

4) y = résultat
x = nombre choisit

$B = (x \times 5 - 4) \times 2 = y$ $A = x \times 3 + 7 = y$

5 = 42
4 = 32
3 = 22
8 = 72
6,5 = 57
3,4 = 26
2,1 = 13

Bilan (2ème séance)

→ introduction d’une inconnue
→ écriture de l’équation

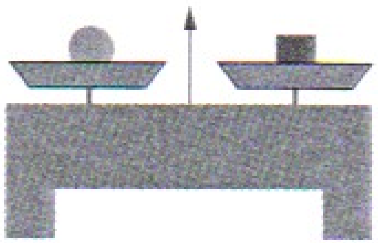
On appelle x le nombre choisi (x est l'inconnue)

Programme A → $\boxed{3x + 7}$

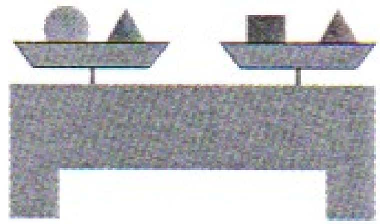
Programme B → $(5x - 4) \times 2 = \boxed{10x - 8}$

→ Activité : Balances en équilibre

1) Dans le cas de la balance1, les plateaux sont en équilibre. Qu'en est-il de la balance2 ?

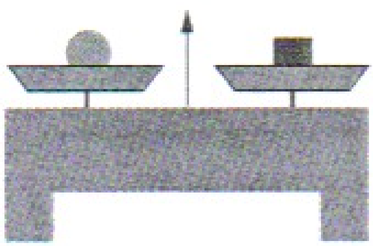


Balance 1

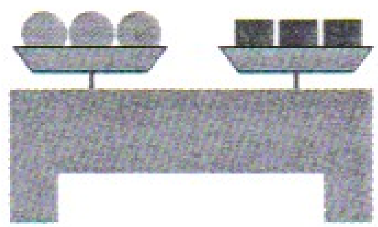


Balance 2

2) Dans le cas de la balance1, les plateaux sont en équilibre. Qu'en est-il de la balance3 ?



Balance 1



Balance 3

→ résolution de l'équation du problème

On veut que $3x + \overset{-10x}{7} = \cancel{10x} \overset{-10x}{-8}$ (une équation à une inconnue)

$$-7x \cancel{+7}_{\cancel{-7}} = -8_{-7}$$

$$\frac{\cancel{-7}x}{\cancel{-7}} = \frac{-15}{-7}$$

$$\boxed{x = \frac{15}{7}}$$

On doit choisir le nombre $\frac{15}{7}$ pour que les 2 programmes soient égaux

→ Plus tard… le résumé de cours:

EQUATIONS

1) **Equations du 1^er^ degré à une inconnue**

Exemple : *On donne l'équation $3x - 5 = 2 - 7x$*

Le nombre 8 est-il solution de cette équation ?

2) Résoudre une équation du 1er degré à une inconnue

Exemple : *Résoudre l'équation $3x - 5 = 2 - 7x$*

On va « isoler » l'inconnue *x* d'un seul côté de l'égalité en appliquant les règles suivantes :

on ne change pas une égalité en ajoutant ou en enlevant une même expression de chaque côté.

on ne change pas une égalité en multipliant ou en divisant chaque côté par une même expression non nulle.

$3x - 5 = 2 - 7x$

3) Problèmes se ramenant à une équation

Exemple : *Jean achète une tarte et cinq croissants. Le tout coûte 12,41 €. La tarte coûte douze fois plus qu'un croissant.*

Calculer le prix d'un croissant.

On choisit l'inconnue.

On traduit l'énoncé par une équation.

On résout l'équation.

On rédige la réponse.