

2. Un PER sur les fractions. Comment les productions des élèves nourrissent nos PER ?

Ruben Rodriguez Herrera (IUFM & IREM de Basse-Normandie), Claudine Plourdeau (IREM de Basse-Normandie) & Équipe (CD)AMPERES de Caen

2.1. Introduction

Au cours de cet atelier, nous avons tout d'abord présenté « l'Univers des bandes » : les élèves construisent des bandes de papier de 12 cm de longueur. Les actions de superposition pour comparer deux bandes et de juxtaposition pour les additionner construisent l'univers expérimentable dans lequel il est possible d'anticiper les actions réalisables. Nous avons ensuite présenté les premières séances du PER sur les fractions jusqu'à l'étape des calculs de sommes du type $1/3 + 1/3$. Cet univers linéaire nous apparaît plus adapté pour débiter l'apprentissage des fractions. Ce n'est que plus tard que les élèves travailleront dans les univers de disques et secteurs, comme on les rencontre dans les propositions d'enseignement des fractions... L'univers des bandes et la formalisation associée permettent aussi d'aborder l'enseignement de la proportionnalité (Rodriguez, 2007). On trouvera ci-dessous la description factuelle de quelques moments de l'atelier.

2.2. Présentation générale : construire l'univers des bandes

Les participants à l'atelier, tout comme les élèves, manipulent des bandes de papier de 12 cm de longueur. La première bande témoin est de couleur blanche. Puis ils construisent des bandes bleues, superposables entre elles ainsi qu'à une bande blanche si on juxtapose deux. La construction est réalisée par pliage ou par division : $12 \text{ cm} \div 2 = 6 \text{ cm}$. On écrit sur chaque bande bleue $1/2$ pour se rappeler qu'une bande blanche se superpose à deux bleues ; puis, à partir de bandes rouges de 12 cm, on construit quatre bandes rouges superposables entre elles et qui, mises bout à bout, sont superposables à une blanche. Une question apparaît qui a son importance pour la cohérence de la notation symbolique chiffrée : « Qu'écrire sur une bande rouge, $1/4$ ou $4/1$? » Dans la phase suivante, la consigne est posée à l'intérieur de

l'univers formalisé symbolique : « fabriquer des bandes de couleur jaune sur lesquelles on pourrait écrire $1/3$ ». Une grande importance est attachée à ce que les élèves expliquent ce qu'ils réalisent et à ce que l'enseignant évalue s'ils ont bien compris ce premier sens de l'écriture des fractions. Le calcul mathématique permet en effet d'anticiper le résultat et l'emporte sur des pliages difficiles à réaliser. Les participants à l'atelier ont pu constater que les élèves peuvent ainsi, à partir de l'univers des bandes, intégrer beaucoup de propriétés d'ordre, d'addition des fractions et, conjointement, les formaliser dans l'univers symbolique respectif. (fig1)

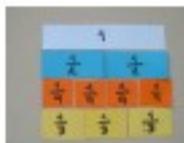


Fig. 1 : Cette structure construite dans l'univers expérimentable des bandes est signifiante de beaucoup de propriétés dans l'univers symbolique numérique des fractions.

Nous avons présenté dans l'atelier un phénomène didactique à partir de l'exemple $1/3 + 1/3 = 2/3$. Les élèves réalisent une bande de couleur violette par juxtaposition dans l'univers des actions expérimentables qui correspond morphiquement à la somme $1/3 + 1/3$. Ils écrivent d'un côté de la bande violette $1/3 + 1/3$, mais comment écrire symboliquement le résultat de cette somme ?

L'effet « mousse »



D'un univers...

Paul : dis et écris un mot qui soit sur l'image -Ruben : « Mousse » -Paul : Bravo ! tu as bien vu la mousse de la mer

Paul à Ruben : C'est toi qui as vu mousse sur le dessin, moi j'ai pensé à ma jeunesse, quand j'étais mousse sur un cargo transatlantique



à l'autre

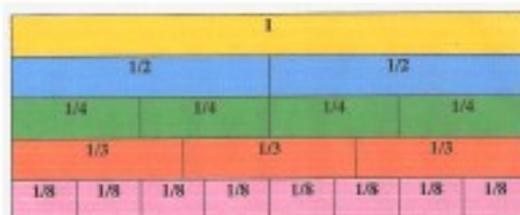
-Professeur : combien ça fait un tiers plus un tiers ? -Élèves : ça fait deux tiers - Professeur : Bravo !, et il écrit au tableau $1/3 + 1/3 = 2/3$

-Formateur : C'est le professeur qui a vu cette écriture, les élèves ne savent pas encore le sens de cette somme écrite symboliquement. Ils ont répondu, à la manière de « Une pomme plus une pomme c'est égal à deux pommes ! »

Le piège didactique dans lequel l'enseignant peut tomber consiste à écrire tout de suite au tableau la réponse $2/3$ en attribuant indûment aux élèves une connaissance qui est en fait la sienne. La manipulation des bandes par les élèves, antérieure à l'écriture $1/3 + 1/3 = 2/3$, évite cette erreur.

2.3. Comment les productions des élèves nourrissent nos PER ?

Au collège, la création des bandes de papier avec des élèves de 6^e (élèves de 11 à 12 ans) permet de construire le sens et la symbolique de l'écriture a/b dans le palier 1 du parcours d'apprentissage mémorisé où cet assemblage devient un « schéma opérationnel » et construit « l'expérimentable » de la situation.



Ici la bande témoin est jaune

Pour parler des bandes témoin de Ruben, les élèves d'un de nos collègues du groupe de Caen les ont baptisées : « Kikoké » et depuis les Djojins, les Chtoungs, les Bantems, les Zurons, les Segbans...

Dans un palier 2, les élèves utilisent le matériel construit dans une situation simple de mesurage de segments tracés, ce qui génère des productions riches à valider ou à réfuter dans un débat collectif, et suscite des questionnements. Dans un palier 3, l'analyse des productions des élèves permet à l'enseignant de décider des « activités de deuxième génération » déclenchées par le questionnement des élèves.

<p>à décomposer la longueur du segment $5/4$ en batems et :</p> <p>2009</p> <p>Dylan : $1/4 = 1/8 + 1/8$</p> <p>J. Baptiste : $1/4 = 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8$</p> <p>Akison : $1/4 = 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4$</p> <p>Léandre : $1/4 = 1/4 + 1/4$</p> <p>Nicolas : $1/4 = 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8$</p> <p>Allyson : $1/4 = 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3$</p> <p>Elodie : $1/4 = 1/4 \times 6$</p> <p>Isabelle : $1/4 = 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8$</p> <p>Léa : $0 = 1/4$</p> <p>etc.</p>	<p>De cet échantillon ressortent deux problématiques :</p> <p>Guillaume - On ne peut pas trouver $6/4$, car on n'a pas de bande de $6/4$! Et la classe propose d'en fabriquer des violettes sur lesquelles on pourrait écrire $6/4$. La prof - Comment vérifier si elle est bonne ?</p> <p>Bryan propose de superposer 6 bandes jaunes pour 4 bandes violettes</p>
--	--

Pour valider la proposition d'Émilie : « est-ce que : $1/4 + 1/4 = 2/4$? », la classe répond que ce doit être facile avec le schéma opérationnel.

<p>Mais Dylan s'écrit : « moi, je ne suis pas d'accord.. $1/4 + 1/4 = 2/8$ »</p> <p>... Et Dylan les arrête très vite !</p>	<p>Et toute la classe s'engage à construire une bande sur laquelle chacun pourrait écrire $2/8$...</p>
<p>On « emblématise » la remarque de Dylan :</p> <p>Si le prof dit : « Plus jamais Dylan...</p>	<p>La classe en Choeur poursuit ...</p> <p>... ajoutera les dénominateurs.</p>

2.4. Remerciements

Notre groupe, constitué de Cécile Bezard- Falgas, Loïc Coulombel, Jacques Duval, Claudine Plourdeau et Ruben Rodriguez Herrera, remercie l'ex-INRP, l'IFÉ et l'équipe (CD)AMPERES pour leur soutien et les enrichissements que nous ont apportés les notions d'AER et PER en navigant entre nos multiples « Univers » : ex-INRP, IFÉ et IREM, PER et Parcours d'apprentissage-enseignement articulés dans l'univers du « Spiralaire »