

Autour de Condorcet (1743-94) ***et de son œuvre***



Nicolas de Caritat, marquis de Condorcet

*Condorcet,
un mathématicien & politique
au temps des Lumières*

« Plus un peuple est éclairé, plus ses suffrages sont difficiles à surprendre... même sous la constitution la plus libre, un peuple ignorant est esclave. »

I. Sa vie de mathématicien

- Très jeune Nicolas de Condorcet montre de remarquables aptitudes intellectuelles en menant de brillantes études. Ses capacités font de lui dès seize ans l'élève du grand mathématicien d'Alembert.
- En 1765 il publie l'ouvrage très remarqué : *Essai sur le calcul intégral* qui le propulse vers la notoriété comme un savant scientifique moderniste. En 1769 il devient membre de l'Académie Royale des Sciences.

Quelques ouvrages mathématiques

- *Du problème des trois corps* (1767)
- *Essai d'analyse* (1768)
- 22 articles sur l'analyse mathématique dans le cadre du *Supplément à l'Encyclopédie* (1776 - 77)
- *Sur quelques séries infinies* (1778)
- *Mémoire sur le calcul des probabilités*, in Mémoires de l'Académie royale des sciences (1781 – 84) comprenant 5 tomes

Mémoires sur les probabilités

- **Tome I.** *Réflexions sur la règle générale qui prescrit de prendre pour valeur d'un événement incertain la probabilité de cet événement multipliée par la valeur de cet événement en lui-même (1781) .*
- **Tome II.** *Application de l'analyse à cette question : déterminer la probabilité qu'un arrangement régulier est l'effet d'une intention de le produire (1781).*
- **Tome III.** *Sur l'évaluation des droits éventuels (1782).*

Mémoires sur les probabilités (suite)

- **Tome IV.** *Réflexions sur la méthode de déterminer la probabilité des événements futurs d'après l'observation des événements passés (1783).*
- **Tome V.** *Sur la probabilité des faits extraordinaires. Application de l'article précédent à quelques questions de critique (1784).*
- *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix (1785).*

II. Sa vie politique

- Peu après qu'il se fut lié d'amitié avec l'économiste Turgot, il devint Inspecteur Général de la Monnaie. C'est à cette période qu'apparaît cet engouement pour la philosophie et la politique qui lui fera épouser très tôt les idées républicaines. Il plaidera ainsi pour la défense des Droits de l'Homme, interviendra pour la reconnaissance des Droits des femmes. Par ses positions pour la défense des juifs et contre le racisme, il jouera un rôle d'inspirateur important pour l'abolition de l'esclavage.

Son ministère à la fin de l'Ancien-Régime

En 1776, Turgot est démis de son poste de Contrôleur Général.

Condorcet, en réponse, démissionne de son poste d'Inspecteur Général de la Monnaie.

Sa démission est refusée et il conservera ce poste jusqu' en 1791.

Son rôle durant la Révolution française

- En 1789, Condorcet joue un rôle de tout premier plan dans la Révolution : il est une des figures de proue des nouvelles idées libérales. Il est élu *Conseiller Municipal de Paris* puis devient *représentant de Paris* au sein de l'Assemblée Législative dont il deviendra Secrétaire. Il y siège parmi les *Girondins*. Condorcet travaillera à l'élaboration d'une Constitution dans laquelle il souhaite donner le droit de vote aux femmes et dans laquelle il introduit la notion de laïcité de l'enseignement.

- Partisans d' une méthode de construction pacifique de la société, les Girondins se heurtent aux Jacobins qui plaident pour des purges intransigeantes.
- Lors du vote pour la mort de Louis XVI, Condorcet s' opposera et sera le seul à prôner une condamnation aux galères à perpétuité.
- Les Jacobins prennent le contrôle majoritaire du mouvement révolutionnaire et proposent une constitution très différente de celle proposée par Condorcet, nouvelle constitution qu 'il ne se privera pas de critiquer, ce qui lui vaudra d' être condamné pour trahison le 13 octobre 1793 avec mandat d' arrêt.

Afin d'échapper à cette arrestation, il se cachera durant cinq mois chez Madame Vernet, période durant laquelle il écrira *Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain* qui ne sera publié qu'après sa mort. Cet ouvrage servira de base pour les travaux d'Auguste Comte dans l'élaboration de sa philosophie positiviste. Se sentant en insécurité, il décide de chercher un autre refuge. Il sera arrêté durant sa fuite à Clamart puis transféré à la prison de Bourg-Egalité. Il ne sera pas exécuté, comme il était voué à l'être, car on le retrouvera sans vie dans sa cellule le 29 mars 1794, deux jours après son arrestation. On ne connaîtra pas les circonstances de sa mort : suicide, maladie ou assassinat ?

Ouvrages économiques et politiques

- *Réflexions sur les corvées. Monopole et monopoleur* (1775)
- *Rapport sur un projet de réformateur du cadastre* (1775)
- *Réflexions sur la jurisprudence universelle* (1775)
- *Réflexions sur le commerce des blés* (1776)
- *Réflexions sur l'esclavage des nègres* (1781)
- *Essai pour connaître la population du royaume* (1783-88)

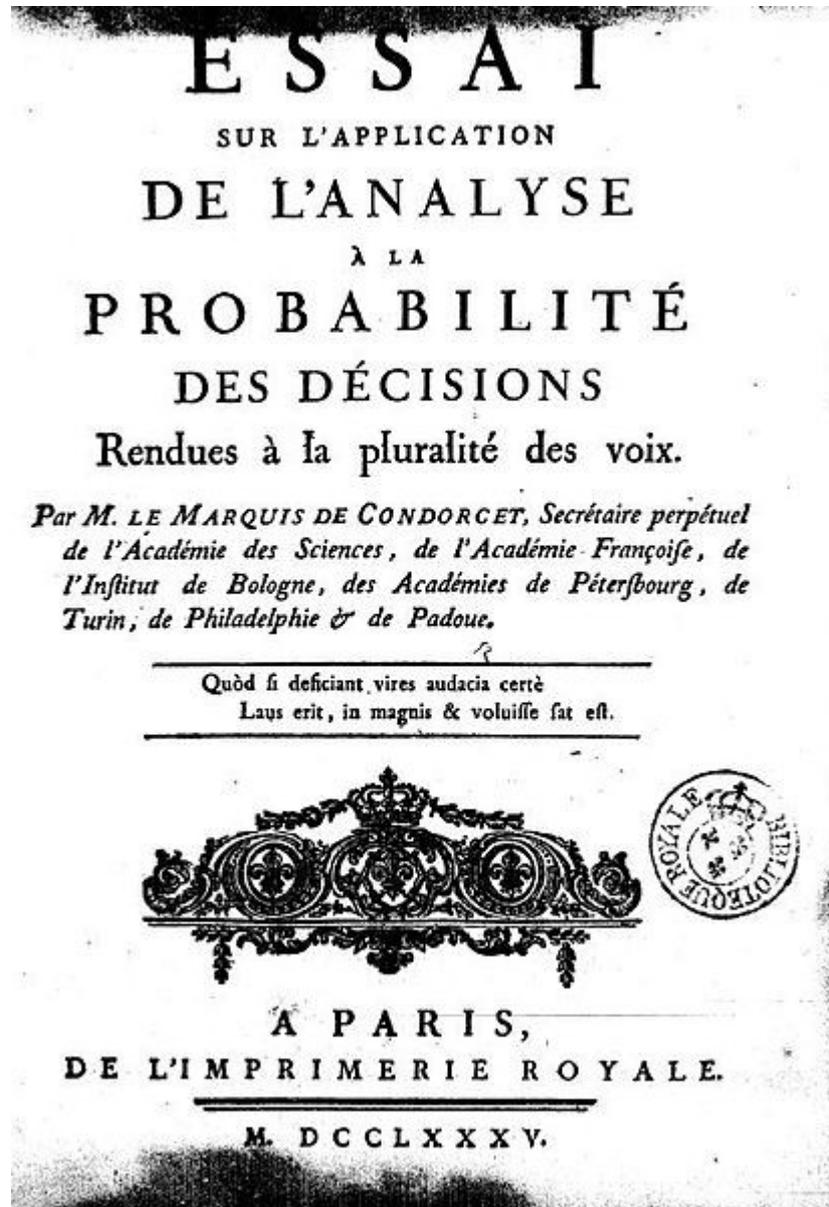
- *De l'influence de la révolution d'Amérique sur l'Europe* (1786)
- *Essai sur la constitution et les fonctions des assemblées provinciales* (1788)
- *Réflexions sur les pouvoirs et instructions à donner par les provinces à leurs députés aux États généraux. Sur la forme des élections* (1789)
- *Réflexions sur ce qui a été fait et sur ce qui reste à faire* (1789)
- *Déclaration des droits* (1789)
- *Dissertation philosophique et politique sur cette question : s'il est utile aux hommes d'être trompés ?* (1790)

- *Opinion sur les émigrants* (1790)
- *Le Véritable et le Faux Ami du peuple* (1790)
- *Sur l'admission des femmes au droit de cité* (1790)
- *De la République, ou Un roi est-il nécessaire à la conservation de la liberté ?* (1791)
- *Cinq Mémoires sur l'instruction publique* (1791-1792).
- *La République française aux hommes libres* (1792)
- *De la nature des pouvoirs politiques dans une nation libre* (1792)
- *Que toutes les classes de la société n'ont qu'un même intérêt* (1793)

- *Tableau général de la science qui a pour objet l'application du calcul aux sciences politiques et morales (1793)*
- *Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain (1793)*



III. L'arithmétique politique de Condorcet



* **ARITHMÉTIQUE POLITIQUE.** C'est celle dont les opérations ont pour but des recherches utiles à l'art de gouverner les peuples, telles que celles du nombre des hommes qui habitent un pays ; de la quantité de nourriture qu'ils doivent consommer ; du travail qu'ils peuvent faire ; du temps qu'ils ont à vivre ; de la fertilité des terres ; de la fréquence des naufrages, etc. On conçoit aisément que ces découvertes et beaucoup d'autres de la même nature, étant acquises par des calculs fondés sur quelques expériences bien constatées un ministre habile en tirerait une foule de conséquences pour la perfection de l'agriculture, pour le commerce tant intérieur qu'extérieur, pour les colonies, pour le cours et l'emploi de l'argent, etc. Mais souvent les ministres (je n'ai garde de parler sans exception) croient n'avoir pas besoin de passer par des combinaisons et des suites d'opérations arithmétiques : plusieurs s'imaginent être doués d'un grand génie naturel, qui les dispense d'une marche si lente et si pénible, sans compter que la nature des affaires ne permet ni ne demande presque jamais la précision géométrique

Théorie des systèmes de votes

- Dans de nombreux ouvrages tels *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, *Essai sur la constitution et les fonctions des assemblées provinciales*, *Sur les élections*, Condorcet s'intéresse à la représentativité des systèmes de vote.
- Il démontre que le vote à la pluralité peut très bien ne pas représenter les désirs des électeurs dès lors que le premier candidat ne récolte pas plus de la moitié des voix.

- Il propose son propre système de vote – appelé la méthode Condorcet, dans lequel l'unique vainqueur est celui, s'il existe, qui comparé tour à tour à tous les autres candidats, s'avèrerait à chaque fois être le candidat préféré.
- Néanmoins, il admet que ce système est peu réalisable à grande échelle et échange une correspondance très riche avec Jean-Charles de Borda concepteur d'un autre système, la méthode Borda.

Le paradoxe de Condorcet

- Il met en évidence une faille dans son propre système de vote — le paradoxe de Condorcet — qui prouve l'impossibilité, dans son système, de dégager avec certitude une volonté générale à partir d'une somme de volontés individuelles.
- *Un exemple* : Considérons par exemple une assemblée de 60 votants ayant le choix entre trois propositions A, B et C. Les préférences se répartissent ainsi (en notant $A > B$, le fait que A est préféré à B) :

23 votants préfèrent : $A > B > C$

17 votants préfèrent : $B > C > A$

2 votants préfèrent : $B > A > C$

10 votants préfèrent : $C > A > B$

8 votants préfèrent : $C > B > A$

Dans les comparaisons majoritaires par paires, on obtient :

33 préfèrent $A > B$ contre 27 pour $B > A$

42 préfèrent $B > C$ contre 18 pour $C > B$

35 préfèrent $C > A$ contre 25 pour $A > C$

Ce qui conduit à la contradiction interne $A > B > C > A$

Dans un cas comme celui-ci, Condorcet propose d'éliminer le vainqueur le moins performant (ici A car A l'emporte sur B avec la plus faible différence entre les scores) et de faire un duel entre B et C qui sera remporté par B.

Le scrutin majoritaire à un tour aurait donné A gagnant. Mais d'autres solutions sont possibles.

L'élection présidentielle française de 1974 est parfois citée comme exemple du paradoxe de Condorcet :

François Mitterrand, Valéry Giscard d'Estaing et Jacques Chaban-Delmas avaient obtenu respectivement au premier tour 43,2 %, 32,6 % et 15,1 % des suffrages.

Au second tour, c'est Giscard d'Estaing, pourtant arrivé en deuxième position lors du premier tour, qui est élu avec 50,81 % des voix.

Cette situation illustre la logique du scrutin uninominal majoritaire à deux tours qui favorise les systèmes d'alliances entre partis et l'appel au report des voix,

la logique étant la poursuite d'une majorité absolue et non la prise en compte d'une majorité relative comme dans le système anglo-saxon du scrutin majoritaire à un tour.

IV. Prolongements du paradoxe de Condorcet : théorème d'impossibilité d'Arrow et théorème de Gibbard-Satterthwaite

Exemple.

A propos des élections : Différents candidats se présentent à une élection. Les électeurs ont des préférences quant aux candidats. À partir de ces préférences, on veut classer les candidats.

Un énoncé simplifié du théorème d'Arrow

Pour au moins trois options de choix et deux individus, il n'existe pas de fonction de choix social satisfaisant les propriétés suivantes :

- Universalité, ou domaine non restreint : la fonction de choix social doit être définie dans tous les cas de figure, c'est-à-dire déterminer toujours un choix collectif, quel que soit le profil de préférences de chaque individu.
- Non-dictature : il n'existe aucun individu pour lequel la liste de ses choix personnels coïncide avec la fonction de choix social, indépendamment des préférences des autres.

- Unanimité : lorsque tous les individus préfèrent une certaine option à une certaine autre, la fonction de choix social doit associer cette même préférence à la société.
- Indifférence des Options Non-Pertinentes : le classement relatif de deux options ne doit dépendre que de leur position relative pour les individus et non du classement d'options tierces ; si l'on ne considère qu'un sous-ensemble d'options, la fonction ne doit pas aboutir à un autre classement de ce sous-ensemble.

Une variante du théorème d'Arrow: le théorème de Gibbard-Satterthwaite

- Chaque individu de la population classe des candidats à une élection selon un ordre de préférence personnelle.
- On suppose que chaque candidat peut se trouver élu si la population choisit de façon adéquate son ordre de préférence. Autrement dit, la procédure de désignation n'élimine aucun candidat
- On suppose qu'il y a au moins trois candidats.

- La procédure de désignation est dite manipulable s'il existe un votant i dont la liste de préférence est R et telle que, s'il décide de changer son choix en R' qui ne correspond pas à ses préférences, alors l'élu choisi après son nouveau choix sera mieux placé dans ses préférences que l'élu choisi avec ses préférences initiales.
- Alors la procédure de désignation est non manipulable si et seulement si elle est dictatoriale.

Un exemple d'application

- Dans le cas des courses automobiles, chaque voiture remporte des points à chaque épreuve selon son ordre d'arrivée. Le plus grand total remporte la compétition. Ce dispositif passe d'un classement à un classement ; il est universel, souverain, monotone, mais il n'est pas indifférent aux alternatives non-pertinentes.
- Deux écuries (A et B) de deux voitures chacune (A1, A2 et B1, B2) sont à la fin d'une compétition, la dernière course est sur le point de s'achever. Le meneur A1 mène B1 de deux points au classement général, mais il est derrière lui et n'espère plus le rattraper. Loin devant eux, A2 et B2 sont seuls. Les points à l'arrivée sont attribués comme suit :

- 1er 10, 2nd 9, 3e 6, 4e 5.
- A1 devrait gagner la compétition, puisque B1 n'aura qu'un point de mieux. Mais, à ce moment-là, le directeur de l'écurie B peut demander à B2 d'abandonner la course : B1 sera alors deuxième à cette course, et à trois points de mieux que A, gagnera la compétition ! S'il fait ça, on peut même imaginer que A2 soit tenté d'abandonner pour permettre à A1 de n'arriver qu'à un point de B1, respectivement en deuxième et première position.
- Cette situation montre bien qu'un système par points cumulés n'est pas indifférent aux alternatives non-pertinentes, ou encore que la procédure de désignation du vainqueur est manipulable, au sens Gibbard-Satterthwaite.