

Η διδακτική των μαθηματικών

L'enseignement des mathématiques

- **Dr. Ruben Rodriguez Herrera**
- ruben.rodriquez@unicaen.fr

Πανεπιστήμιο της Caen IUFM, IREM
Νορμανδία Γαλλία
IUFM et IREM de l'Université de Caen
Normandie France

Mai 2011

Μάιος 2011

Nous avons le plaisir de vous présenter, sous forme de diaporama un certain nombre d'activités pour l'école et le collège que nous avons proposées à l'Université de Crête à Reythimon en mai 2011, vous trouverez donc quelques commentaires en Grec dus à notre collègue Dimitri Latsis de l'Université de Caen, mise en forme et relecture par Danielle Salles-Legac

We are pleased to present in the form of a slideshow several activities for school and secondary school that we proposed at the university of Cretia in Reythimon in May 2011. You will find some comments in Greek due to our colleague Dimitri Latsis (University of Caen).

Estamos honrados de presentar bajo la forma de una presentación de diapositivas algunas actividades para el jardín de infante hasta el liceo que se propuso a la universidad de Creta en Reythimon en mayo de 2011, entonces usted encontrará algunos comentarios en griego.

Ces activités ont été présentées aussi bien en Europe qu'en Amérique Latine, Elles regroupent certains de nos travaux en Didactique des mathématiques depuis 1972

These activities were presented both in Europe and Latin America, They include some of our work in Teaching Mathematics since 1972

Estas actividades fueron presentadas tanto en Europa que en América Latina, Entre ellos figuran algunos de nuestros trabajos en la Enseñanza de las Matemáticas desde 1972

Square and algebra, **carré et algèbre**, *Cuadrado y algebra*

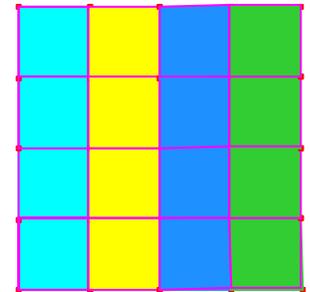
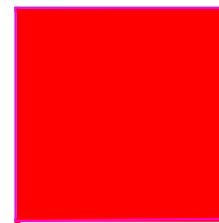
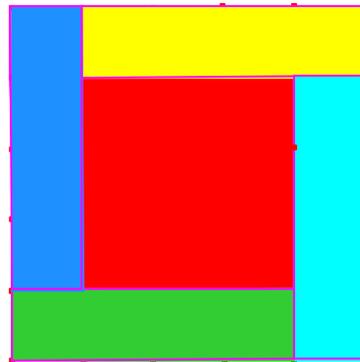
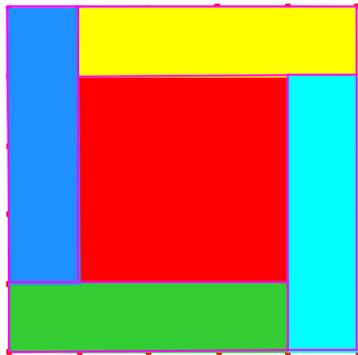
τετράγωνο και άλγεβρα

**Il y a un certain nombre de petits carrés sur chaque côté du carré rouge
(nous sommes dans l'univers des "carrés bordés")**

Contamos el número de pequeños cuadrados sobre cada lado del cuadrado rojo

Υπάρχει ένας αριθμός μικρών τετραγώνων σε κάθε πλευρά του κόκκινου τετραγώνου

There is several small squares on each side of the red square

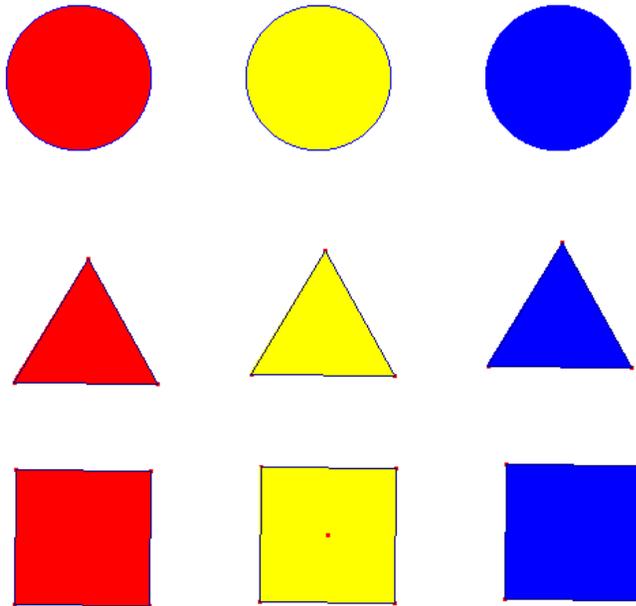


$$(n + 2)^2 = 5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\begin{aligned} n^2 + (n+1) + (n+1) + (n+1) + (n+1) \\ = n^2 + 4(n+1) \quad \text{or} \quad n^2 + 4n + 4 \end{aligned}$$

Geometrical figures for 3 to 5 years old children

Figures géométriques pour les enfants de 3 à 5 ans
Figuras geométricas para niños de 3 a 5 años
γεωμετρικά σχήματα για παιδιά 3 με 5 ετών



Les figures que nous avons choisies présentent des symétries afin que les enfants puissent les manipuler (les tourner, les retourner...) et découvrir leurs propriétés.

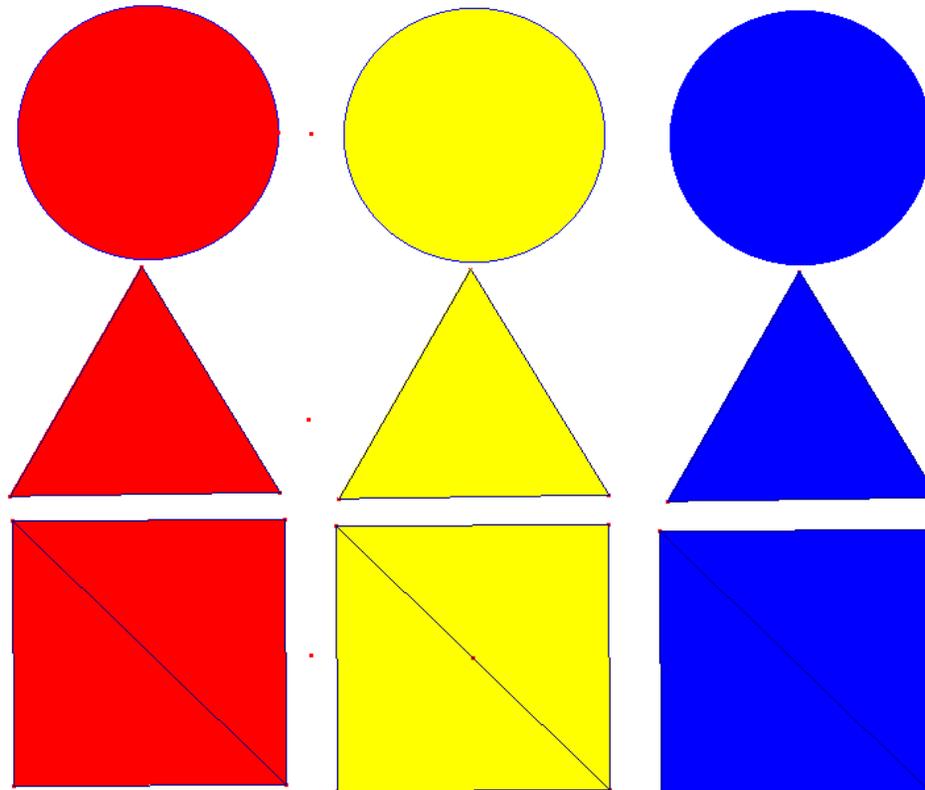
Le triangle équilatéral a ses côtés de même longueur que ceux du carré. Le disque est inscriptible dans le carré.

Geometrical figures for 3 to 5 years old children **Figures**

géométriques pour les enfants de 3 à 5 ans

Figuras geométricas para niños de 3 a 5 años

γεωμετρικά σχήματα για παιδιά 3 με 5 ετών



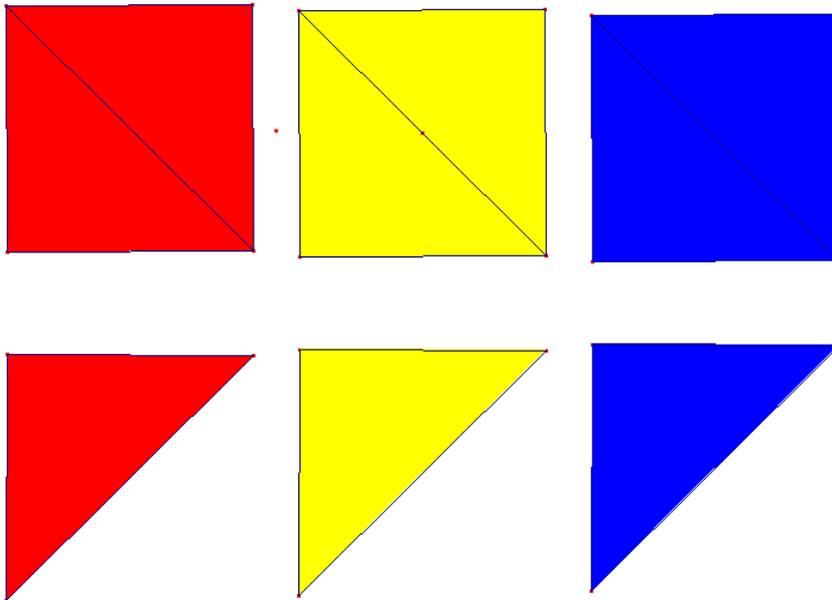
Geometrical figures for children

3 to 5 years old

Figures géométriques pour les enfants de 3 à 5 ans

Figuras geométricas para niños de 3 a 5 años

γεωμετρικά σχήματα για παιδιά 3 με 5 ετών

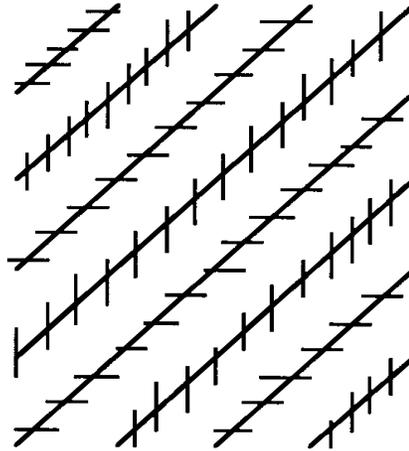


Les triangles rectangles isocèles sont des « moitiés » de carrés. Il y a trois séries de pièces en carton ou plastique, de dimensions différentes : petites, moyennes, grandes.

L'aire des petites est la moitié de celle des moyennes et le tiers de celle des grandes.

Nous avons ainsi un **univers** bien structuré permettant de construire des figures par puzzle ou superposition. C'est l'univers des carrés, triangles, disques puis par manipulation rectangles, trapèzes etc.

παράλληλα τμήματα



Les travaux présentés ici dans l'univers des illusions d'optique sont inspirés par la Gelstattheorie. Il s'agit de faciliter le passage de l'univers des dessins géométriques à celui des figures pour les élèves de 11 à 12 ans.

Draw what you see without the small lines

Are the lines parallel ? How can we answer to the question ?

Dessinez ce que vous voyez sans les petits traits, les lignes sont-elles parallèles?

Comment peut-on répondre à cette question ?

Hace el dibujo sin las pequeñas líneas ¿Son los segmentos paralelos? ¿Cómo se puede responder a la pregunta?

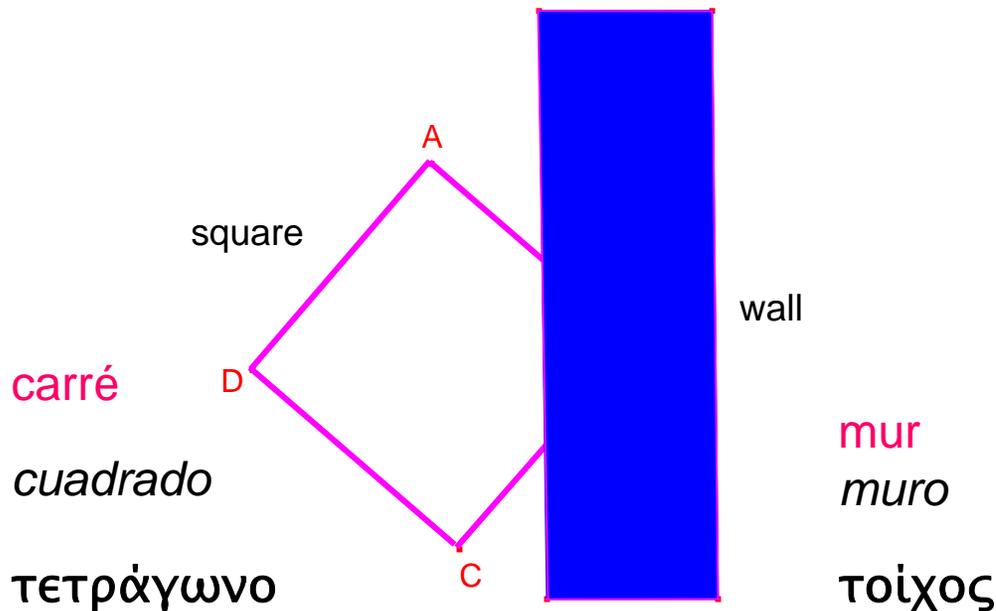
Draw the accessible part of the diagonal [DB]

Can be drawn only at the left side of the wall

**Dessinez la partie accessible de la diagonale [DB],
elle peut être dessinée seulement à gauche du mur**

*Dibuje la parte accesible de la diagonal [DB], se puede dibujar
solamente sobre la parte de la izquierda del muro*

Σχεδιάστε την διαγώνιο [BD]



Activité pour les élèves de 10 à 12 ans.
Nous travaillons ici dans l'univers des
figures tronquées où ayant des parties
inaccessibles. Nous incitons les élèves
à utiliser les propriétés du carré afin de
résoudre un problème de construction.
Ceux-ci proposent plusieurs solutions
utilisant des propriétés du carré
suffisantes pour résoudre le problème.

**Draw the accessible part of the diagonal [DB]
Can be drawn only from the left side of the wall**

**Dessinez la partie accessible de la diagonale [DB],
elle peut être dessinée seulement à gauche du mur**

*Dibuje la parte accesible de la diagonal [DB], se puede dibujar
solamente sobre la parte de la izquierda de la pared*

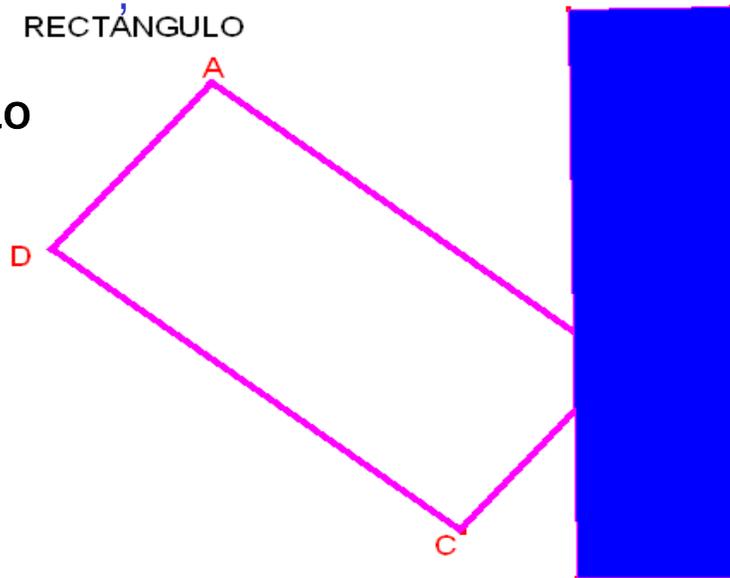
ΣΧΕΔΙΩΣΤΕ ΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΟ [BD]

rectangle

rectangle

ορθογώνιο

RECTÁNGULO



wall

mur

τοιχος

muro

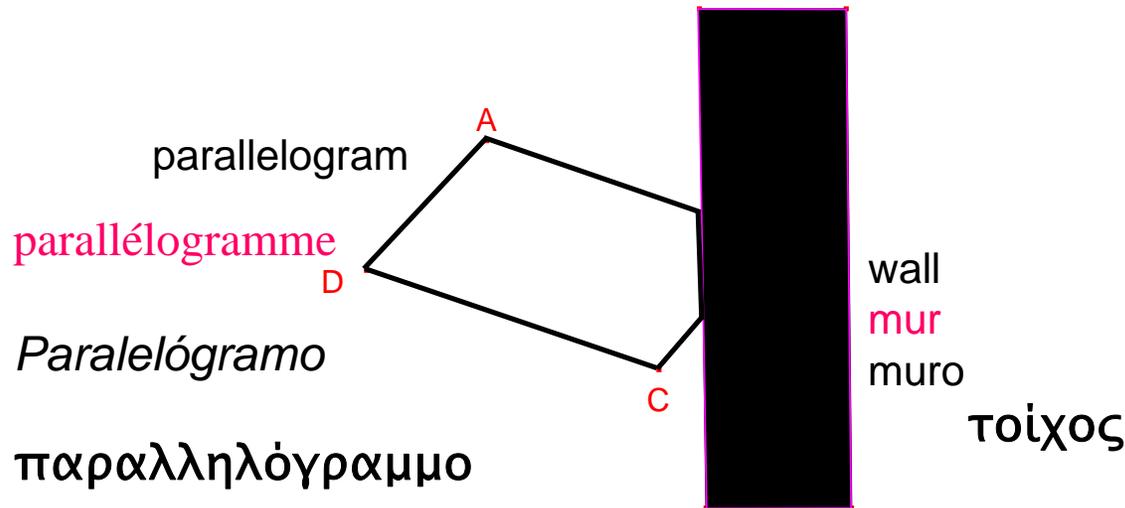
Les propriétés suffisantes
pour résoudre le problème
sont moins nombreuses que
dans le cas du carré.

**Draw the accessible part of the diagonal [DB]
Can be drawn only from the left side of the wall**

**Dessinez la partie accessible de la diagonale [DB],
elle peut être dessinée seulement à gauche du mur**

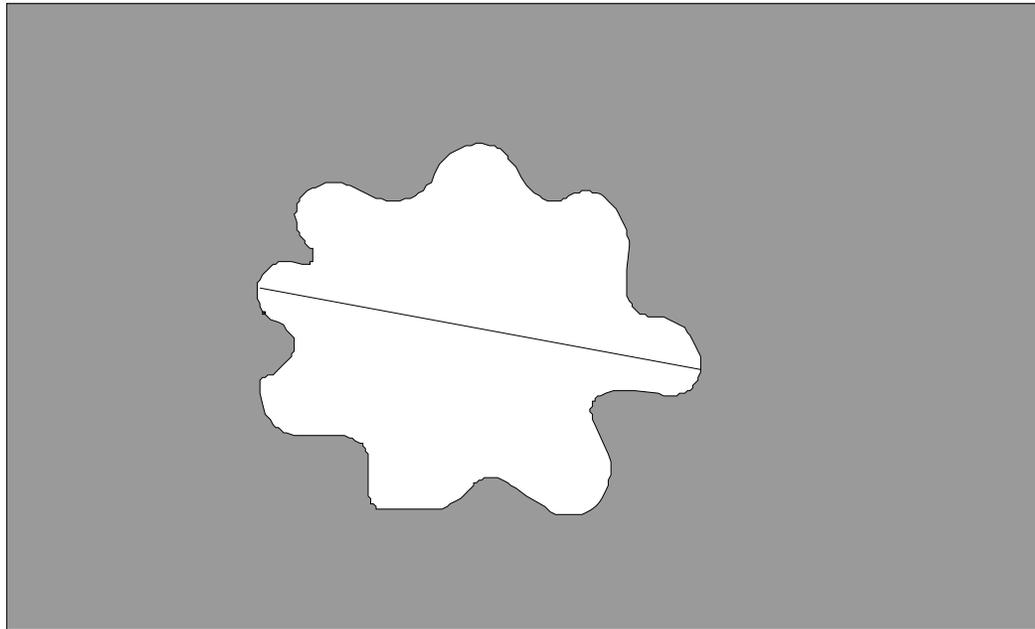
*Dibuje la parte accesible de la diagonal [DB], se puede dibujar
solamente sobre la parte de la izquierda de la pared*

Ένα πρώτο διπλωμα



Dans le cas du parallélogramme
la propriété utilisée est :
« Les diagonales se coupent
en leurs milieux »

A first folding
Un premier pliage
Un primero plegamiento
Ένα πρώτο διπλωμα



Nous travaillons ici dans l'univers des pliages. Dans cette activité destinée aux élèves de 9 et 10 ans, le pliage est la meilleure représentation de la ligne droite. Le bord de la feuille a été à dessein découpé de façon irrégulière.

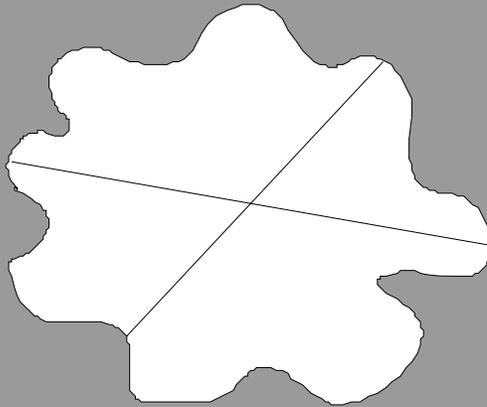
**A second folding after the sheet
has been opened**

Un second pliage après avoir ouvert la feuille

Un segundo plegamiento

Ένα δεύτερο δίπλωμα

Un segundo pliegue, luego de haber abierto la hoja



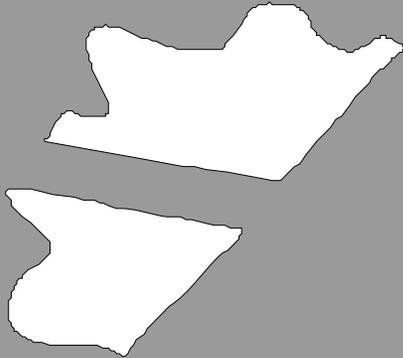
Dans cette activité, les élèves anticipent le fait qu'il y aura deux paires d'angles superposables. Ils le vérifient par découpage puis superposition.

Cut the sheet and overlap the angles

Découpage de la feuille et superposition des angles

Κόψιμο του χαρτιού και υπέρθεση των γωνιών

Recortado de los ángulos y superposición



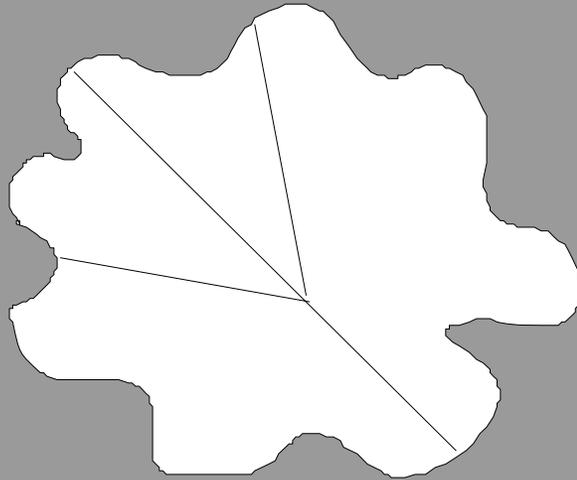
Les élèves vérifient qu'il y a un type d'angle plus grand que l'autre type

A first folding, and then another without unfolding the sheet

Un premier pliage, puis un autre, sans ouvrir la feuille

Ένα πρώτο δίπλωμα, μετά ένα άλλο, χωρίς άνοιγμα του χαρτιού

Un pliegue y otro después sin abrir la hoja



Ici aussi les élèves trouvent qu'il y a deux paires d'angles superposables : deux grands et deux petits (voir page suivante).

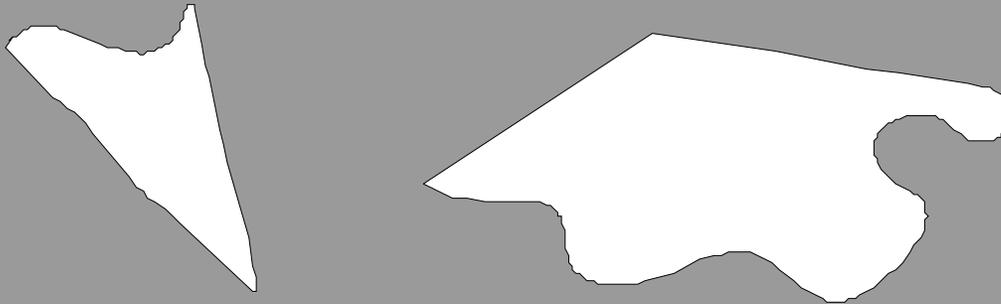
Cut the sheet and overlap the angles

Two pairs of overlapping angles

**Découpage de la feuille, on obtient deux paires d'angles superposables :
deux grands et deux petits**

**Κόβοντας το χαρτί, πετυχαίνουμε δυο ζευγάρια υπερθέτων
γωνιών**

De nuevo dos pares de ángulos superponibles
dos grandes y dos chicos

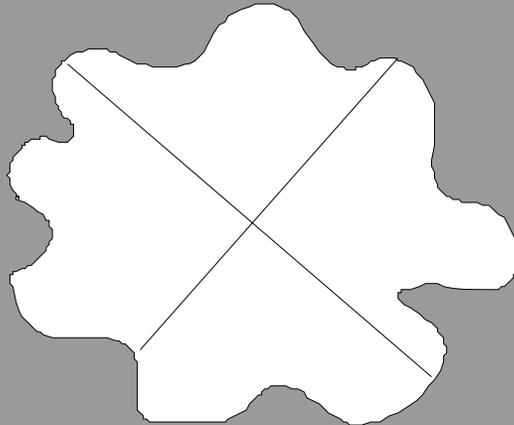


You get four equal angles, they are called right angles

On obtient quatre angles égaux, on les appelle
des angles droits

Εχουμε τέσσερις ίσες γωνίες, που ονομάζουμε
ορθές γωνίες

Cuatro ángulos superponibles se llaman
ángulos rectos



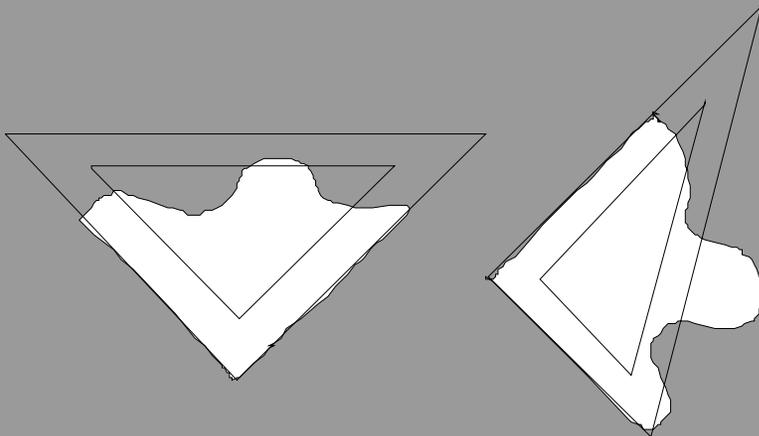
La recherche par
manipulations
et pliages de quatre angles
superposables conduit à
la découverte des **angles
droits**
et des **droites
perpendiculaires**

Check that the square has a right angle

On vérifie que l'équerre a un angle droit

Επαληθεύουμε ότι ο γνώνοντας έχει μια ορθή γωνία

Se verifica que los ángulos de la escuadra son rectos



Il est important que les élèves vérifient avec leur construction que l'angle de l'équerre est droit.

With four acute angles we cannot cover the plane

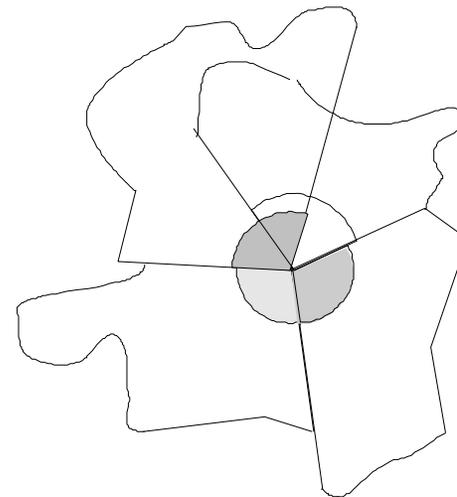
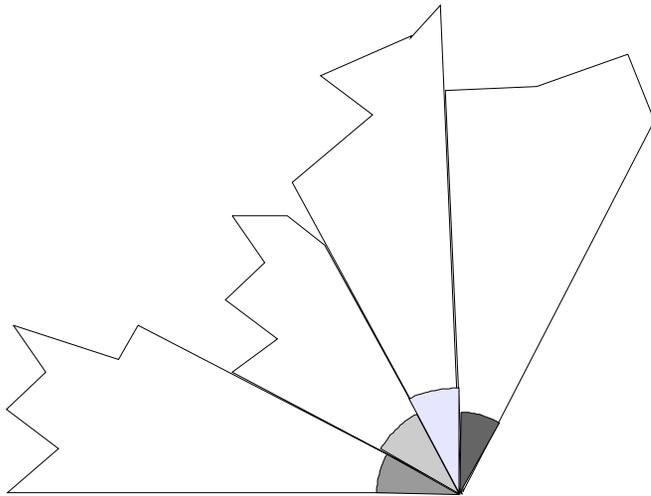
With four obtuse angles we can cover the plane

Avec quatre angles aigus on ne peut pas couvrir le plan

Avec quatre angles obtus on peut couvrir le plan

Con cuatro ángulos agudos no se puede cubrir el plano

Con cuatros ángulos obtusos se puede cubrir el plano



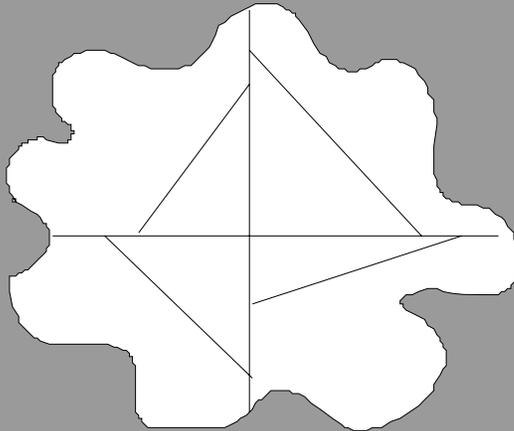
Plus tard, en travaillant dans l'univers des mesures d'angles en degrés, les élèves établiront un psychomorphisme entre le fait qu'un angle aigu de mesure inférieure à 90° , donc quatre angles aigus juxtaposés et de sommets communs mesurent moins de 360° et le fait que ces quatre angles ne définissent pas un tour complet. Ils vérifieront que quatre angles obtus de mesure inférieure à 180° permettent d'effectuer plus d'un tour mais moins de deux tours.

**Four rectangle triangles with different forms,
obtained by folding**

**Quatre triangles rectangles de formes différentes
obtenus par pliage**

τέσσερα ορθογώνια τρίγωνα μετά από δίπλωμα

Se obtiene por plegamientos cuatro
triángulos rectángulos de distinto tamaño



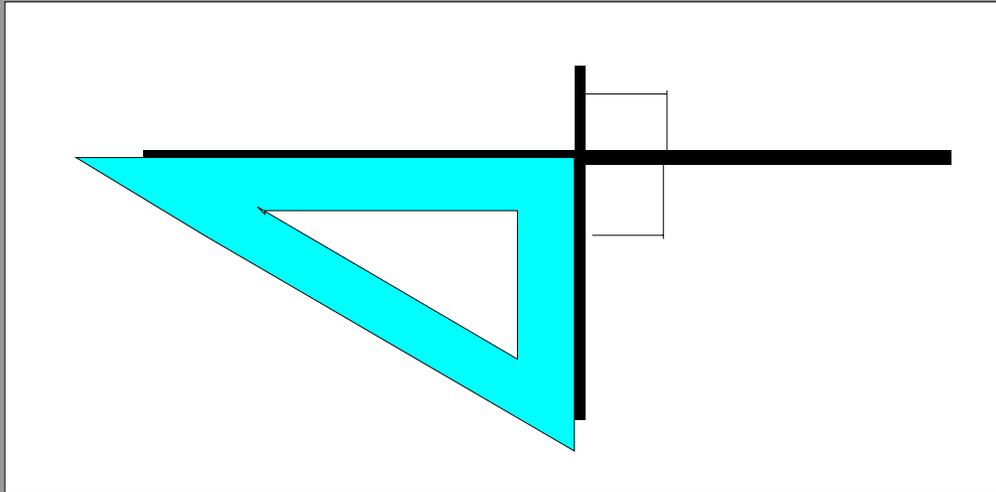
Les élèves vérifient qu'avec
quatre angles droits on
remplit exactement un
angle **complet** et que
l'on **recouvre exactement**
le plan.

Draw four right angles by using only the square

Dessiner quatre angles droits en utilisant seulement l'équerre

Σχεδιάστε τέσσερις γωνίες μόνο με τον γνώνιμονα

Se trazan los cuatro ángulos rectos sólo con la escuadra



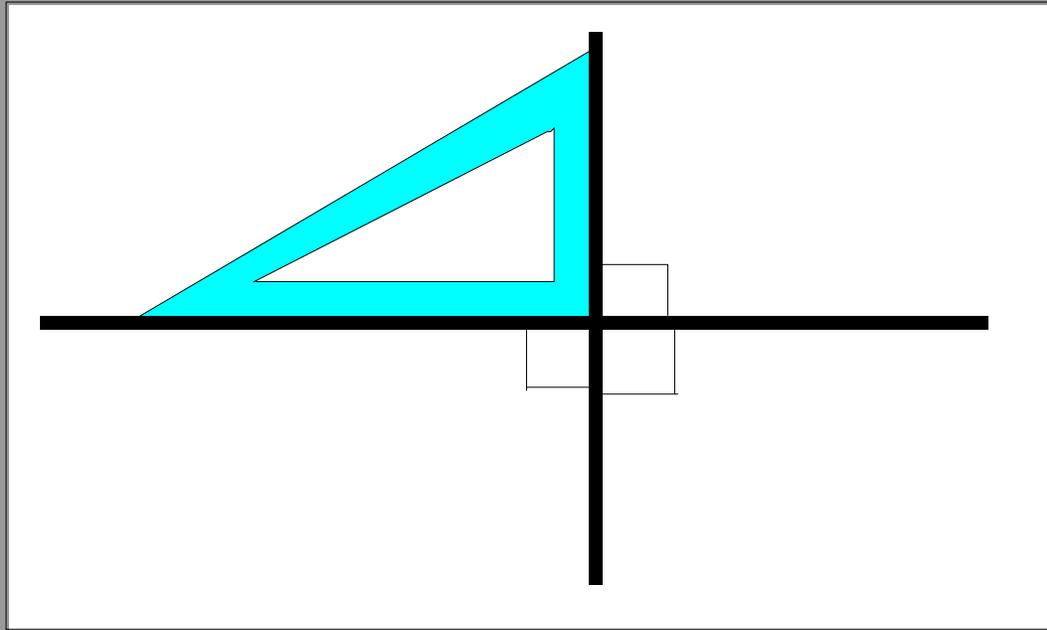
Les élèves construisent successivement trois angles droits avec l'équerre et vérifient que le **quatrième est droit**

When three right angles are drawn, the fourth is also a right angle

Quand trois angles droits sont tracés, le quatrième est aussi un angle droit

Όταν τρεις ορθές γωνίες είναι σχεδιασμένες και η τέταρτη είναι ορθή

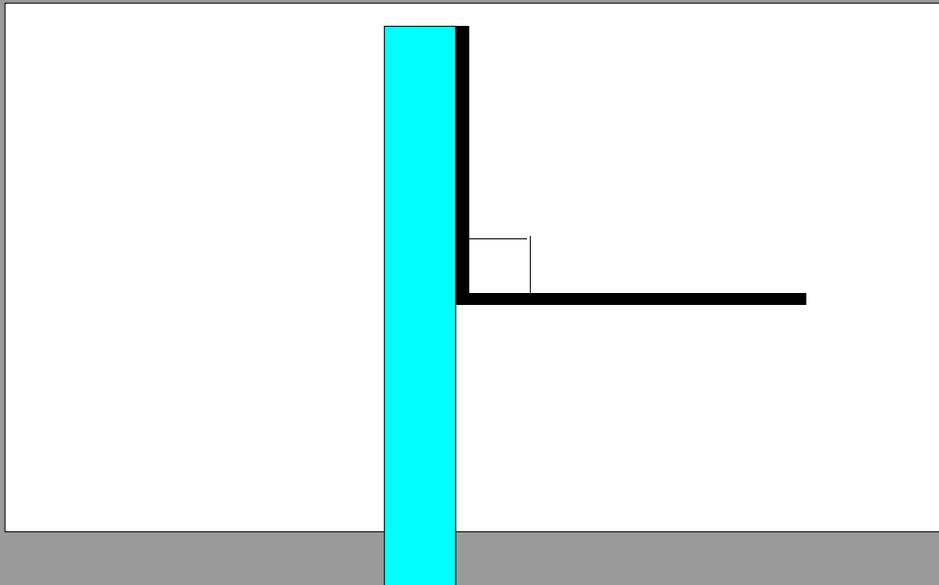
Cuando se trazan tres, el cuarto es también un ángulo recto



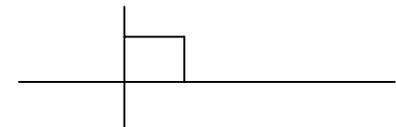
**Using only the square draw first a right angle
and then three others right angles using only a ruler**

**En utilisant seulement l'équerre tracer un premier angle droit puis
trois autres avec la règle seulement**

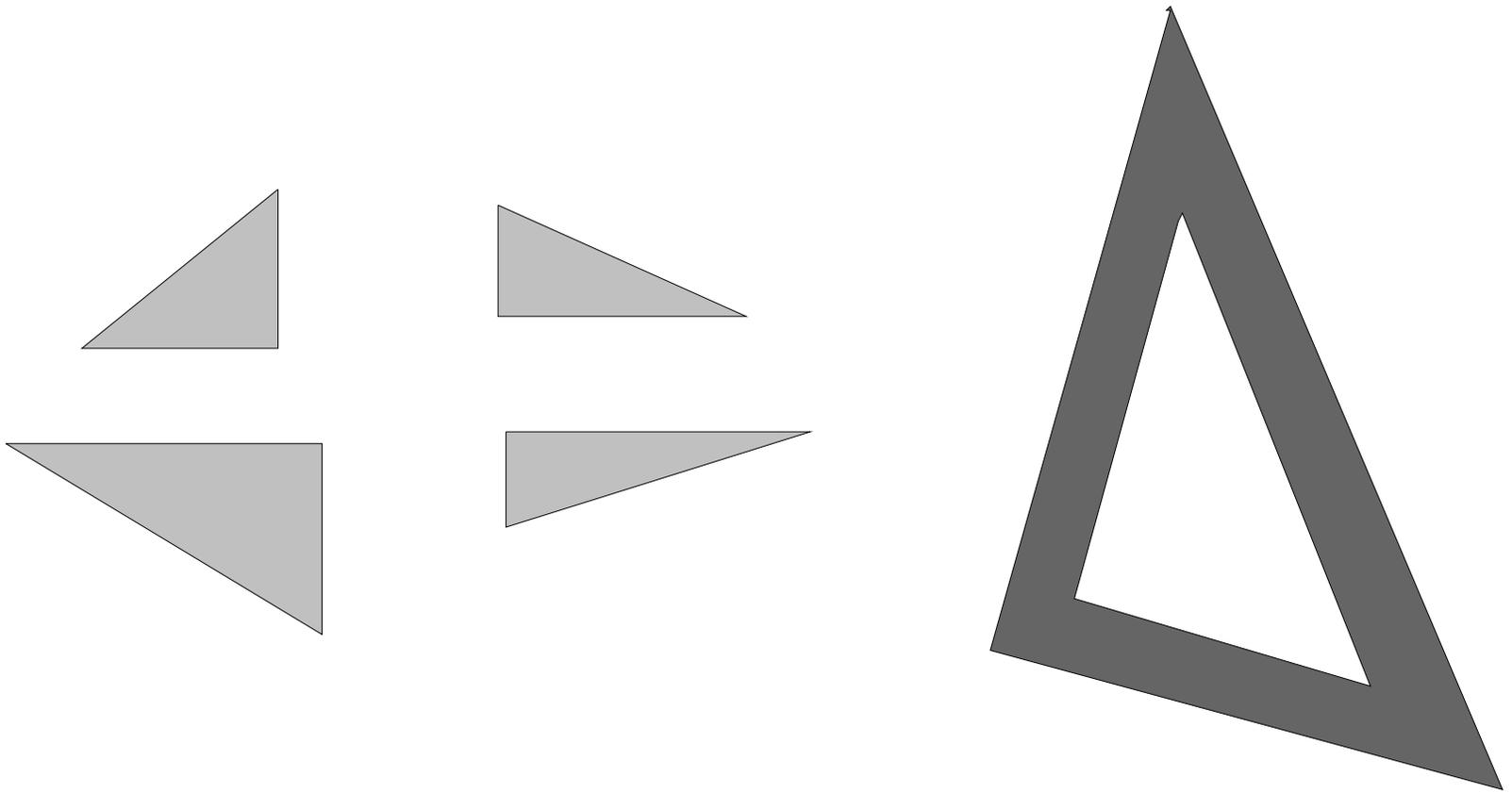
Se traza primero un ángulo recto con
la escuadra y luego sólo con la regla
se trazan los otros tres



Lorsque le premier angle
droit est tracé avec
l'équerre
il suffit que l'on pose
la règle le long d'un des
côtés de l'angle pour
obtenir le second angle
droit. Ensuite le long du
deuxième côté pour obtenir
le troisième angle droit.
Le dernier angle est,
comme
nous l'avons déjà vu, droit.
Ceci justifie le **symbole
connu** :



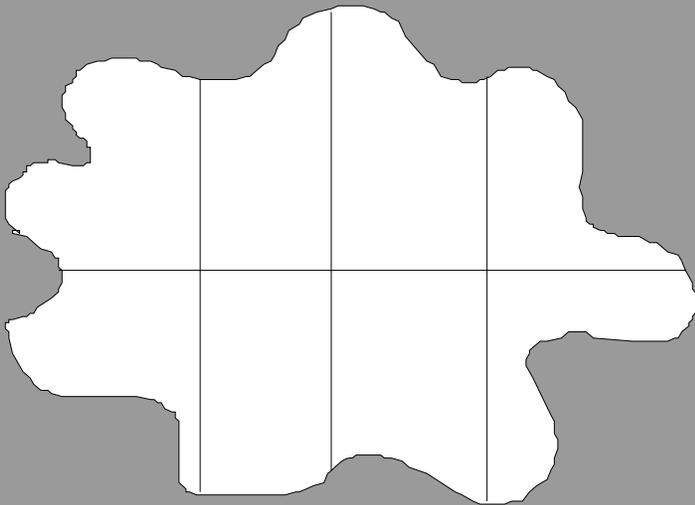
Different Squares for drawing right angles
Différentes équerres pour tracer des angles droits
Diferentes escuadras para trazar ángulos rectos



Perpendiculars to the same straight line obtained by folding

**Droites perpendiculaires à la même droite obtenues par
pliage**

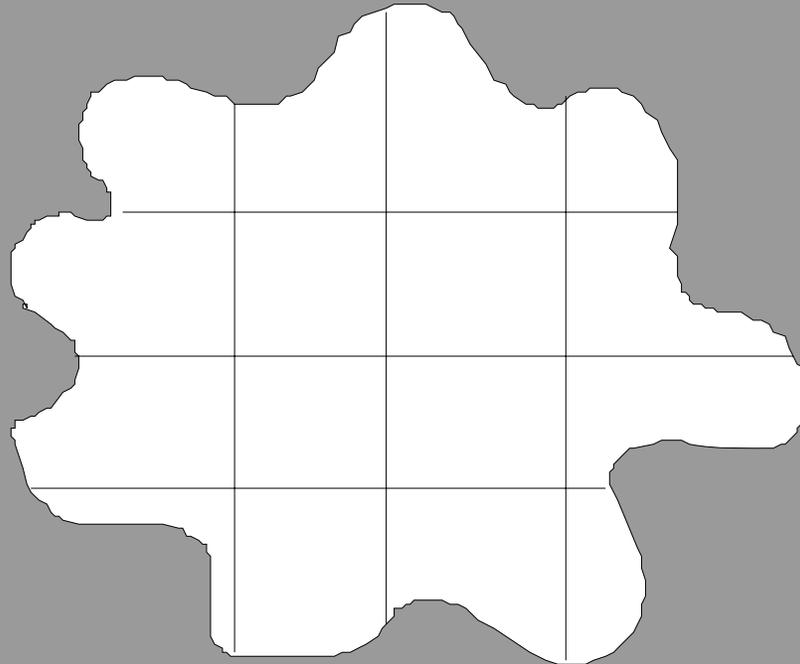
Por plegamientos se obtienen tres rectas
perpendiculares a una misma recta



Les élèves perçoivent
déjà que les perpendiculaires
à une même droite sont
parallèles entre elles

Perpendicular and parallel lines obtained by folding
Trois droites perpendiculaires à trois autres droites obtenues
par pliage, on obtient ainsi des droites parallèles
Κάθετες στην ίδια ευθεία γραμμή

Por plegamientos se obtienen tres rectas
perpendiculares a otras tres rectas

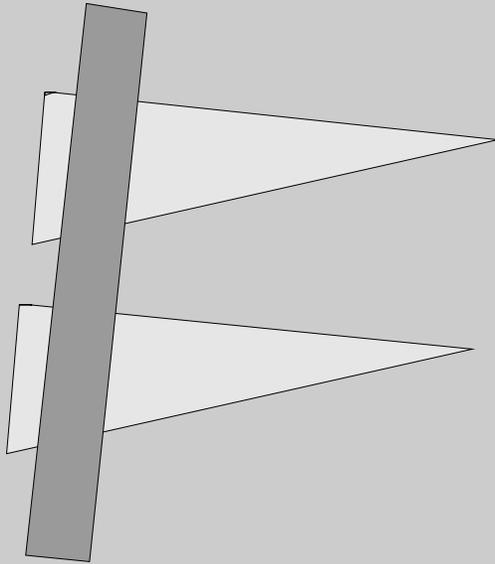


Geometric instrument to draw parallels

Un instrument géométrique avec deux équerres et une règle
pour tracer des parallèles

Γεωμετρικό εργαλείο για τη χάραξη παραλλήλων

Se fabrica un instrumento con dos escuadras y una regla
para trazar paralelas



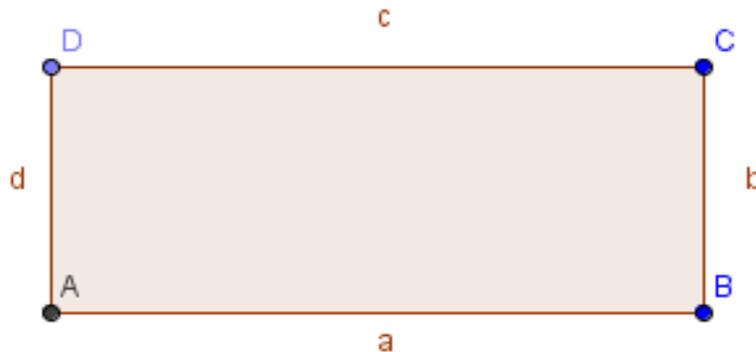
Les élèves construisent
un traceur de parallèles
à l'aide de la propriété :
deux droites coplanaires
perpendiculaires une même
troisième sont parallèles
entre elles

Make a small rectangle by foldings, having the same shape as the original rectangle

Faire, par pliages, un petit rectangle ayant la même forme que le modèle

Hacer un pequeño rectángulo con la misma forma que la del modelo utilizando plegamientos

- $CD = c = 15\text{cm} = AB = a$
- $BC = b = 6\text{cm} = DA = d$



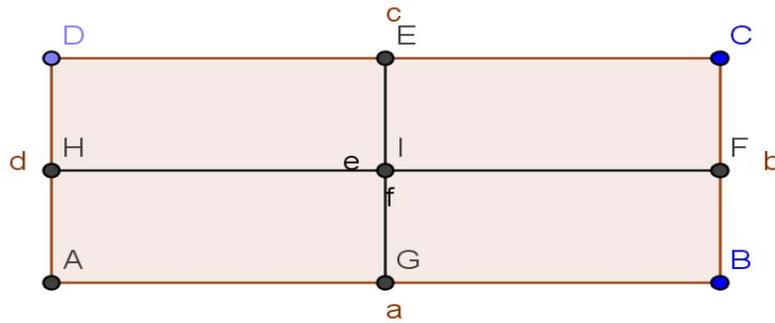
Nous entrons ici dans l'univers des homothéties et similitudes de figures géométriques.

A solution is to use the midpoints of the sides

Une solution consiste à utiliser les points milieux des côtés

Una solución es utilizar los puntos medios de los lados

Μια λύση είναι η χρήση των μέσων των πλευρών



En utilisant les points milieux, les élèves utilisent implicitement un coefficient $\frac{1}{2}$ de réduction homothétique.

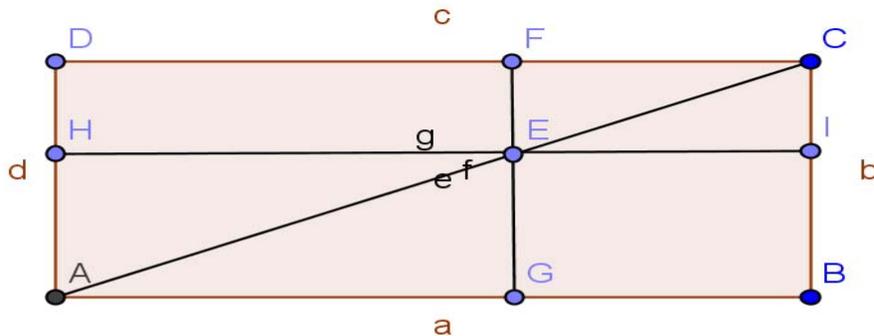
Another solution using a point on the diagonal

This method is general

Une autre solution utilisant un point de la diagonale, cette méthode est générale

Una otra solución usando un punto de la diagonal, este método es general

Άλλη λύση είναι η χρήση ενός σημείου της διαγωνίου
Αυτή η μέθοδος είναι γενική



On utilise ici encore implicitement les propriétés des **figures proportionnelles** ou **homothétiques**.

Link with algebra, the length x is CI

The rectangle ABCD is : $AB = 15\text{cm}$ and $BC = 6\text{cm}$

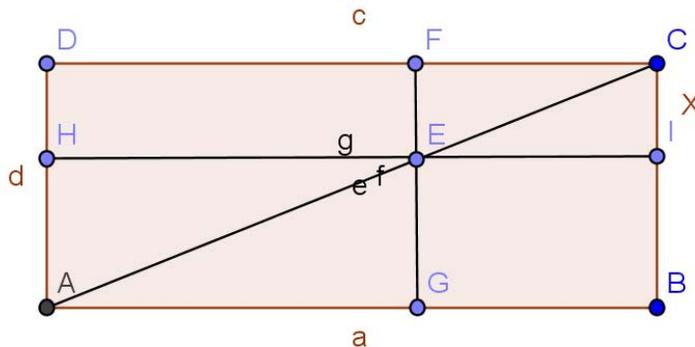
Relation avec l'algèbre, la longueur x est CI

Les dimensions du rectangle sont : $AB = 15\text{cm}$ and $BC = 6\text{cm}$

Relación con la algebra, la longitud x es CI

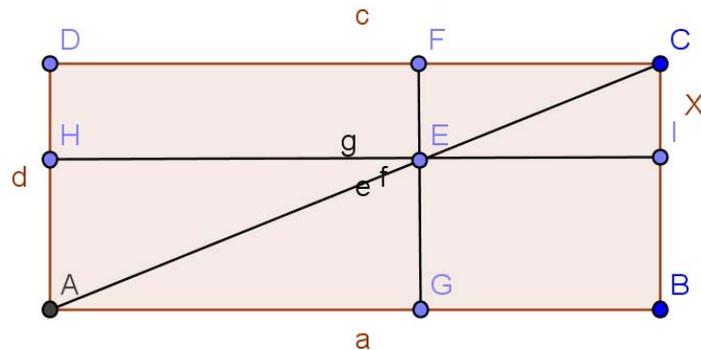
las dimensiones del rectángulo son: $AB = 15\text{cm}$ and $BC = 6\text{cm}$

- Prove that the small rectangle and the medium rectangle are in the same proportion CD/CB
- **Montrer que le petit rectangle et le rectangle moyen sont dans la même proportion CD/CB**
- *Demostrar que el pequeño rectángulo y el rectángulo medio son en la misma proporción*
- Αποδείξτε ότι το μικρό ορθογώνιο και το ορθογώνιο είναι το ίδιο μέσο ποσοστό μεταξύ του πλάτους και μήκους

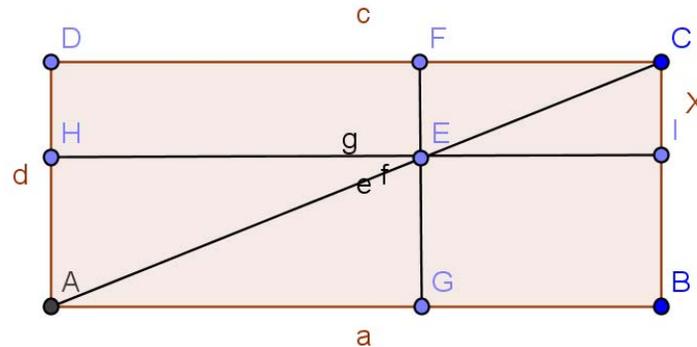


Ici la méthode algébrique déduite des propriétés géométriques prend tout son sens.

- The proportion is $15 / 6 = 2,5$ then $CI = x$ and $FC = 2,5 x$
- Then $EH = 15 - 2,5x$ and $EG = 6 - x$
- We verify that $2,5(6 - x) = 2,5 x 6 - 2,5x = 15 - 2,5x$
- **La proportion est $15 / 6 = 2,5$ alors $CI = x$ et $FC = 2,5 x$**
- **Alors $EH = 15 - 2,5x$ et $EG = 6 - x$**
- **Nous vérifions que $2,5(6 - x) = 2,5 x 6 - 2,5x = 15 - 2,5x$**
- **La proporción es $15 / 6 = 2,5$ entonces $CI = x$ y $FC = 2,5 x$**
- **Entonces $EH = 15 - 2,5x$ y $EG = 6 - x$**
- **Se verifica que $2,5(6 - x) = 2,5 x 6 - 2,5x = 15 - 2,5x$**



- Compute areas, (in cm^2), of all rectangles , function of x
- Rectangle ABCD the area is: $6 \cdot 15 = 90$
- Rectangle FEIC the area is : $x \cdot 2,5x = 2,5x^2$
- Rectangle AGEH the area is: $(6 - x)(15-2,5x) = 90 - 15x - 15x + 2,5x^2 = 90 - 30x + 2,5x^2$
- **Calculer les aires en cm^2 de chaque rectangle en fonction de x .**
- **Rectangle ABCD l'aire est : $6 \cdot 15 = 90$**
- **Rectangle FEIC l'aire est : $x \cdot 2,5x = 2,5x^2$**
- **Rectangle AGEH l'aire est : $(6 - x)(15-2,5x) = 90 - 15x - 15x + 2,5x^2 = 90 - 30x + 2,5x^2$**
- *Calcular el área de cada rectángulo en cm^2*

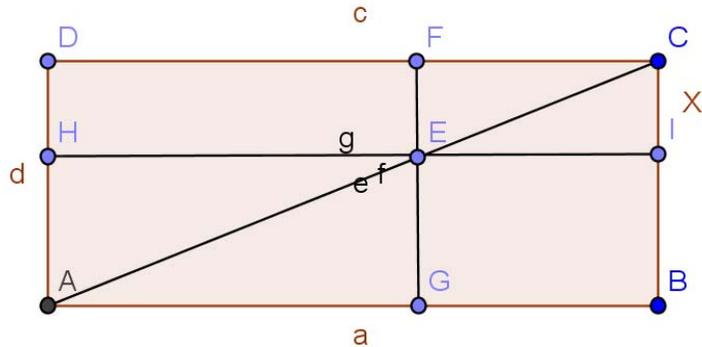


What is the value of x such that the area of AGEH equals the quadruple of the area FEIC

Quelle est la valeur de x pour laquelle l'aire de AGEH soit quadruple de celle de FEIC

Cual es el valor de x para que el área de AGEH sea cuádruple de la del FEIC

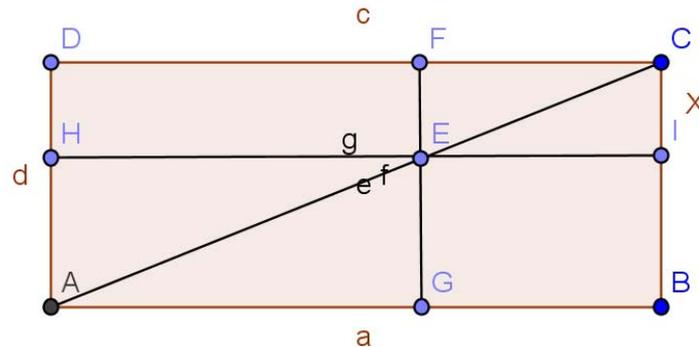
- Rectangle FEIC the area is : $2,5x^2$
- Rectangle AGEH the area is: $90 - 30x + 2,5x^2$
- We propose the equation
- **Rectangle FEIC** l'aire est : $2,5x^2$
- **Rectangle AGEH** l'aire est : $90 - 30x +$
- **Nous proposons l'équation**
- $4(2,5x^2) = 90 - 30x + 2,5x^2$
- $10x^2 = 90 - 30x + 2,5x^2$
- $7,5x^2 + 30x - 90 = 0$



Solve the equation , **Résoudre l'équation**, *Resolver la ecuación*

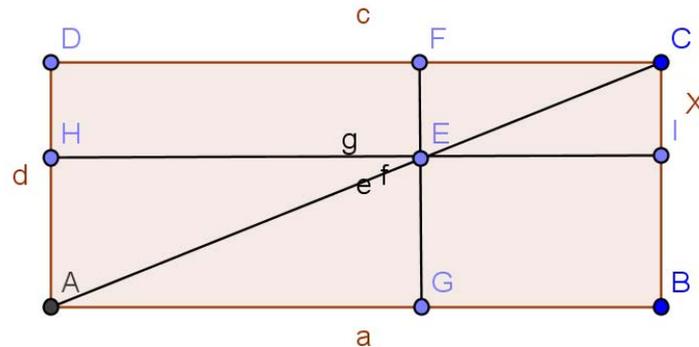
$$7,5x^2 + 30x - 90 = 0$$

- Solving this equation $7,5x^2 + 30x - 90 = 0$ is difficult
- Remember that when the areas are quadruple, the lengths are doubled. So we have that $2 IC = EG$
- So we have that $2x = 6 - x$ and $3x = 6$ then $x = 2$
- **Nous rappelons que lorsque les aires sont quadruples alors les longueurs sont doubles, nous avons donc $2 IC = EG$**
- **Ainsi nous avons $2x = 6 - x$ et $3x = 6$ donc $x = 2$**
- *Recordamos que cuando las areas son cuádruples las longitudes son dobles, entonces tenemos $2 IC = EG$*
- *Entonces tenemos $2x = 6 - x$ y $3x = 6$ entonces $x = 2$*



Verifying the solution, **vérifier la solution** *verificar la solución*

- We replace x with 2 in the equation $7,5x^2 + 30x - 90$
- we get $7,5 \times 2^2 + 30 \times 2 - 90 = 30 + 60 - 90 = 0$
- $X = 2$ is the solution
- **Remplaçons dans l'équation $7,5x^2 + 30x - 90$ x par 2, nous obtenons**
- **$7,5 \times 2^2 + 30 \times 2 - 90 = 30 + 60 - 90 = 0$, $x = 2$ est donc solution**
- *Hacemos $x = 2$ en la ecuación $7,5x^2 + 30x - 90$, obtenemos*
- *$7,5 \times 2^2 + 30 \times 2 - 90 = 30 + 60 - 90 = 0$, $x = 2$ es una solución*



ABCD is a square 8cm x 8cm $x = CI$; Find x such that the area of the small square is the $1/9$ of the area of the medium square

ABCD est un carré de mesures 8cm x 8cm $x = CI$; trouver x tel que l'aire du petit carré soit le $1/9^{\text{ème}}$ de celle du carré moyen

ABCD es un cuadrado de medidas 8cm x 8cm $x = CI$; encontrar x tal que el area del pequeño cuadrado sea el $1/9^{\text{ème}}$ de lo del cuadrado medio

We have $9x^2 = (8-x)^2$

⇒ $9x^2 = 64 - 2x(8-x) = 64 - 16x + x^2$

⇒ $9x^2 + 16x - x^2 - 64 = 0$

⇒ $8x^2 + 16x = 64$

⇒ $x^2 + 2x = 8$

Or ***Ou bien***

$x(x+2) = 8$ then by trying we get

par tâtonnement on trouve $x=2$

Or ***Ou bien***

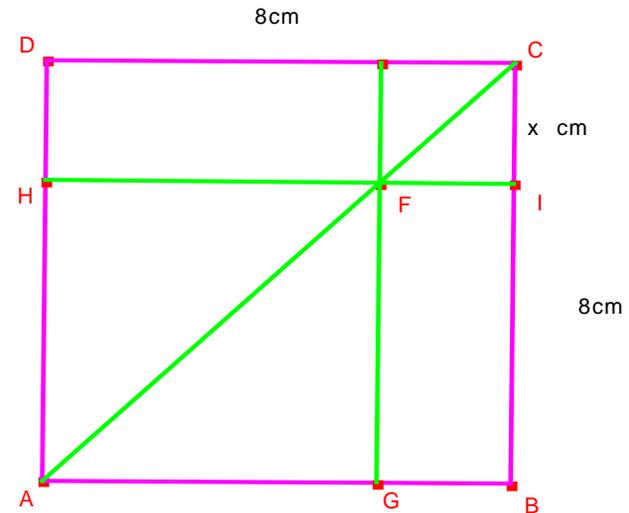
$x^2 + 2x + 1 = 9 \rightarrow (x+1)^2 = 3^2$

$x+1 = 3$ ou $x+1 = -3$

$x=2$ is the only solution

est la seule solution possible

⇒

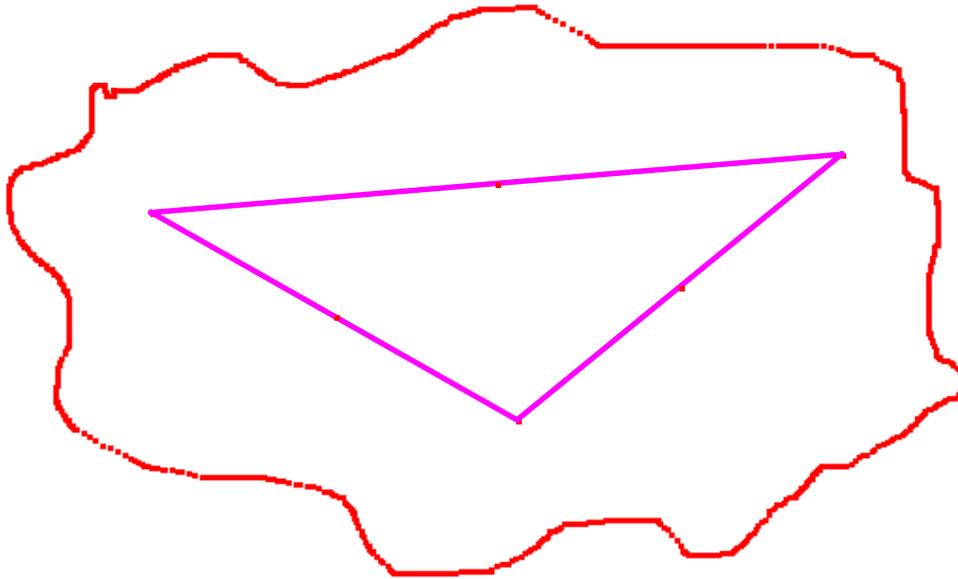


Fold the paper to make a similar triangle

Pliez le papier pour construire un triangle semblable

Plegar la hoja para obtener un triángulo semejante

**Δίπλωσε το χαρτί ώστε να κάνεις ένα όμοιο
τρίγωνο**



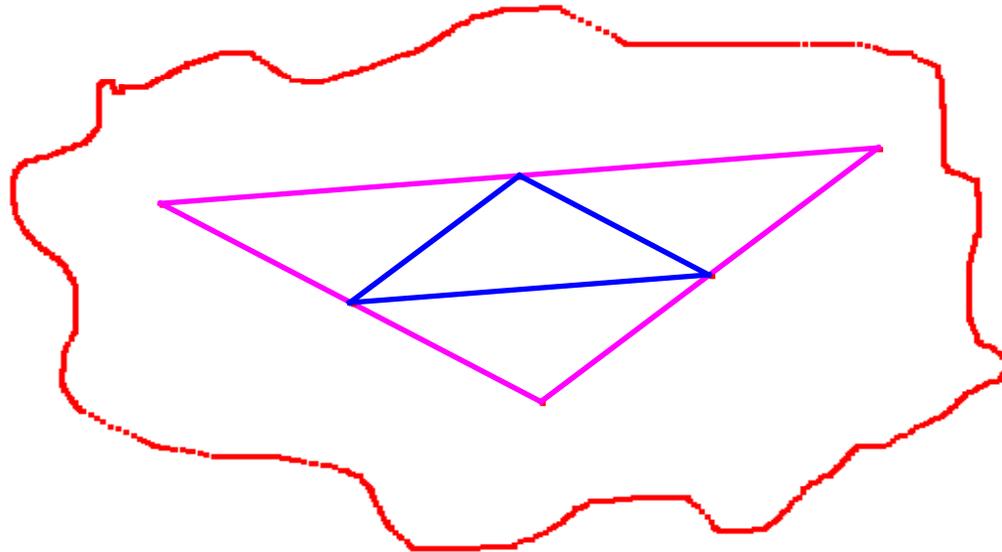
La notion de **figure semblable** est au cœur de la géométrie et des activités destinées à son apprentissage.

**Fold the paper to make a similar triangle
Solution with a middle point**

**Pliez le papier pour construire un triangle semblable solution
avec un point milieu**

*Plegar la hoja para obtener un triángulo semejante, solución
con un punto medio*

**Δίπλωσε το χαρτί ώστε να κάνεις ένα όμοιο
τρίγωνο**



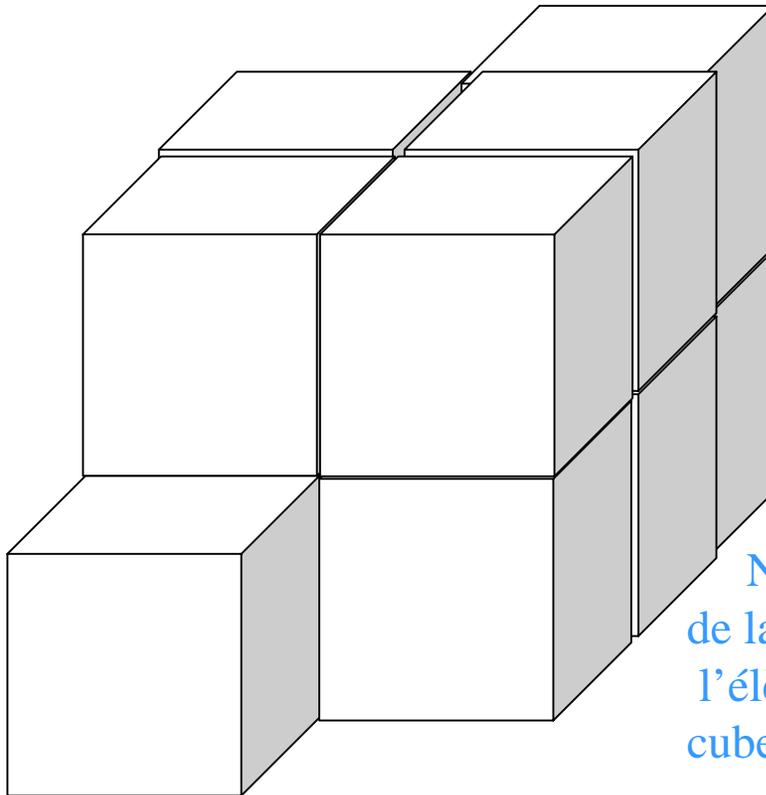
Geometric perspective

Perspective géométrique *Perspectiva geométrica* γεωμετρία

Exercise : Students must choose a number in the list,

as a result of counting cubes images

Combien y a-t-il de cubes ? ; *Cuanto cubos hay?* πόσους κύβους ?



12 ?

15 ?

13 ?

14 ?

Nous introduisons ici des activités autour de la vue en perspective d'objets sur lesquels l'élève doit réfléchir, nous avons choisi le cube qui leur est plus accessible.

Geometric perspective

Perspective géométrique *Perspectiva geométrica* γεωμετρία

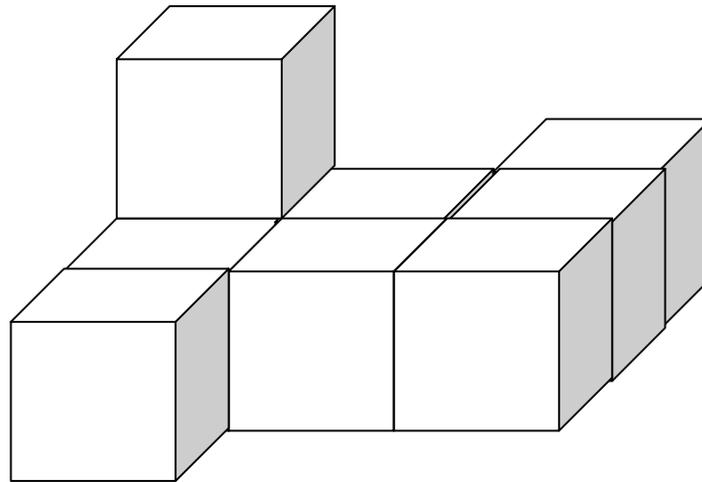
Student Exercise : Students must choose a number in the list,

as a result of counting cubes images

Combien y a-t-il de cubes ? *¿Cuanto cubos hay?*

πόσους κύβους ;

- 7 ?
- 6 ?
- 9 ?
- 8 ?



Geometric perspective

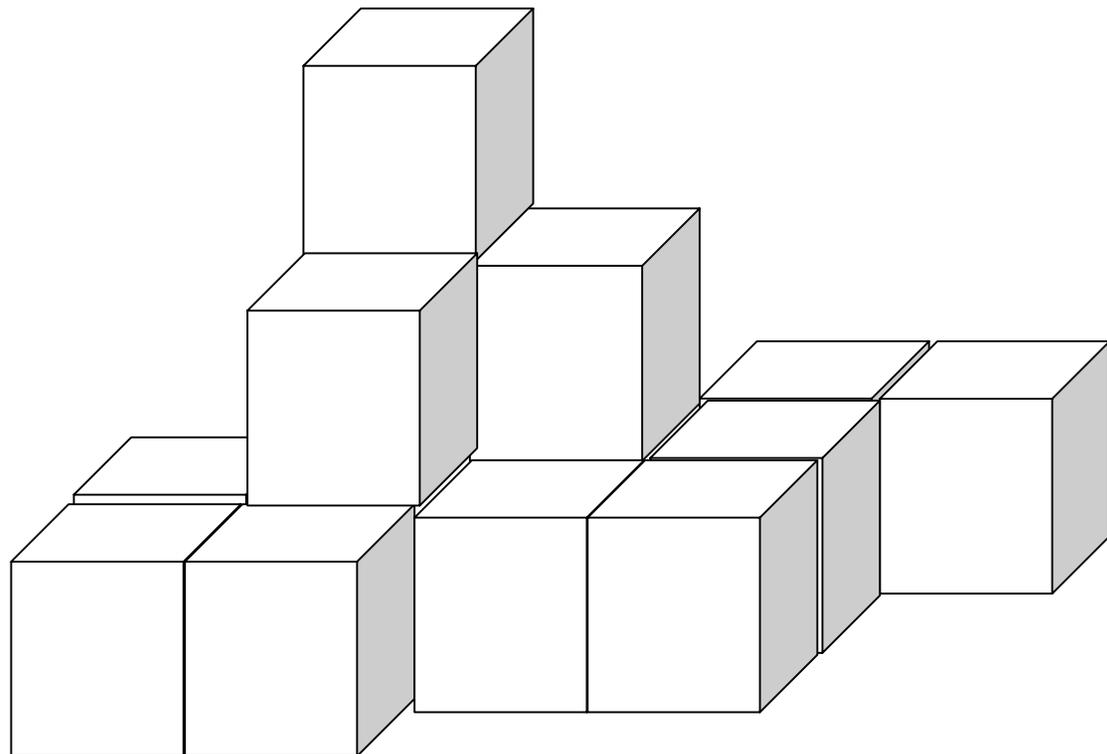
Perspective géométrique *Perspectiva geométrica* γεωμετρία

Student Exercise : Students must choose a number in the list,

as a result of counting cubes images

Combien y a-t-il de cubes ? ; *Cuanto cubos hay?* πόσους κύβους ;

- 12 ?
- 15 ?
- 13 ?
- 14 ?



Geometric perspective

Perspective géométrique *Perspectiva geométrica* γεωμετρία

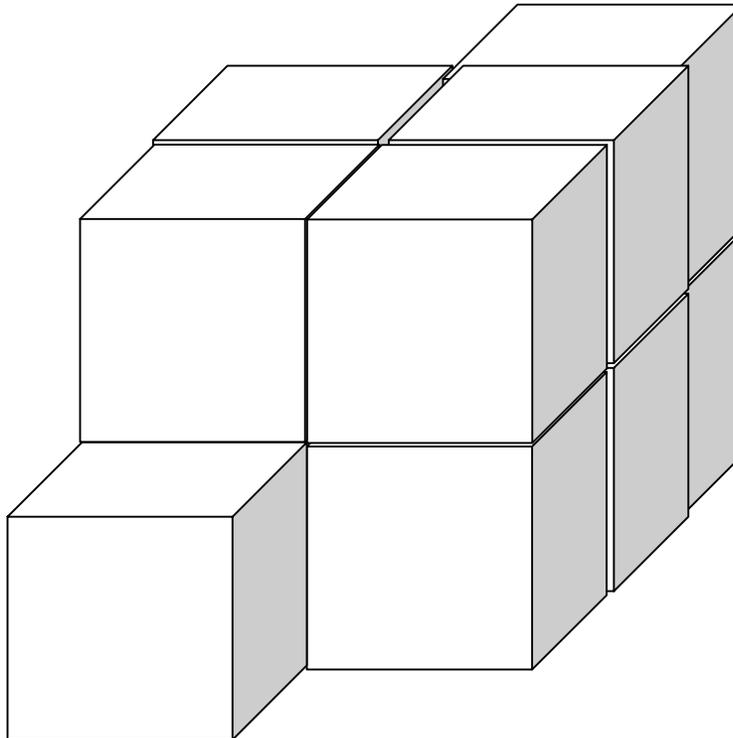
Student Exercise : Students must choose a number in the list,

as a result of counting cubes images

Combien y a-t-il de cubes ? ¿Cuanto cubos hay?

πόσους κύβους ;

- 12 ?
- 9 ?
- 11 ?
- 10 ?



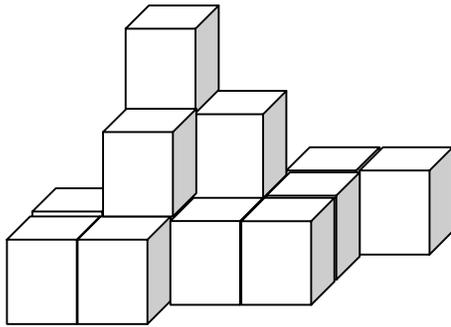
Geometric perspective

Perspective géométrique *Perspectiva geométrica* προβολική γεωμετρία

- Analysis of activity based on the principle of the « universe and psychomorfismes »
- Here students must work in a «U' two-dimensional figures universe » seen in perspective.
- Teachers suggest to the students to work simultaneously with a second « universe U, experimental « wood cubes ».

*Un univers U' de figures
à deux dimensions*

*Un universo U' de figuras de
dimensión 2*

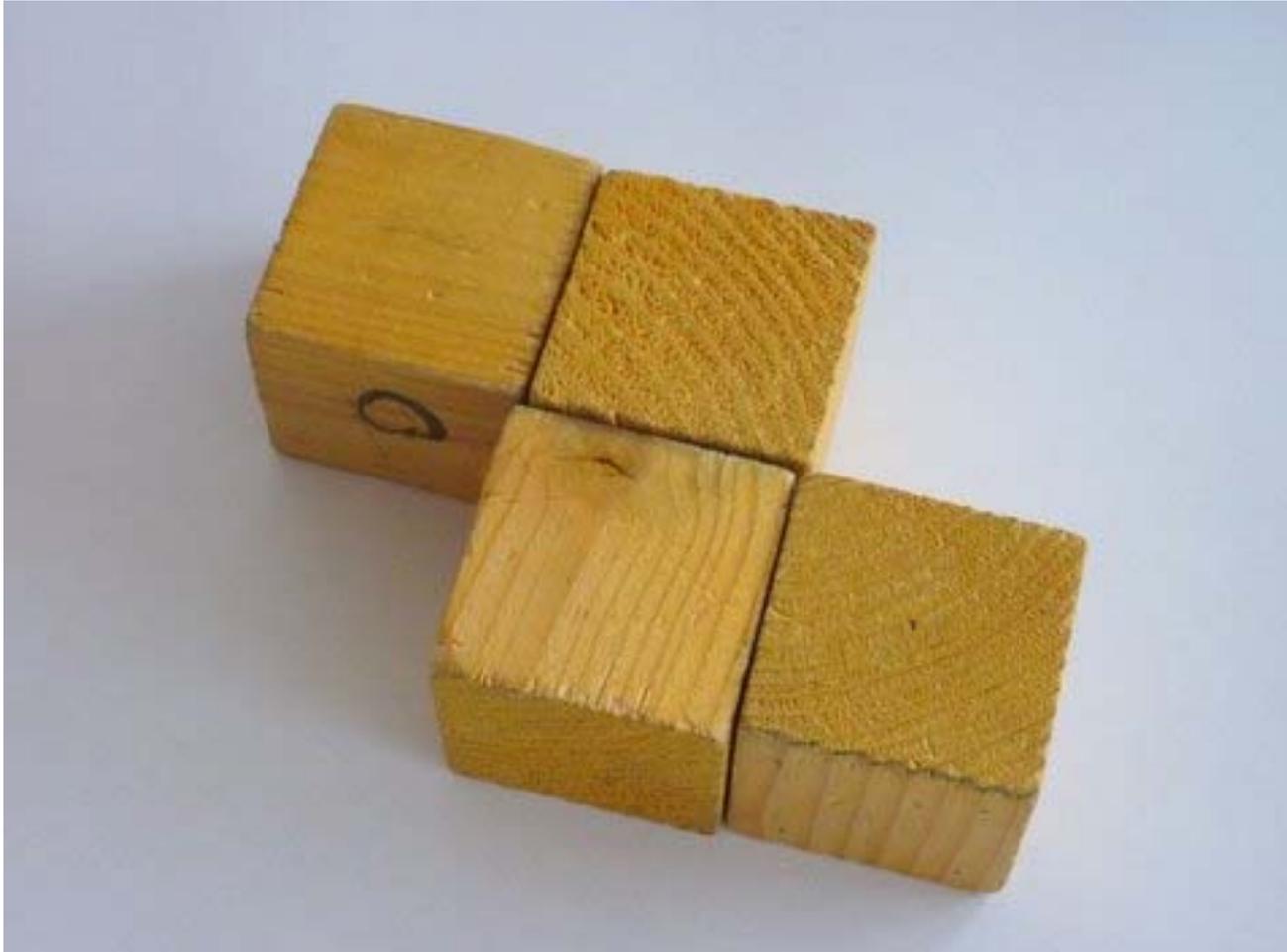


*Un univers U expérimental
de cubes de bois*

*Un universo experimental de
cubos de madera*



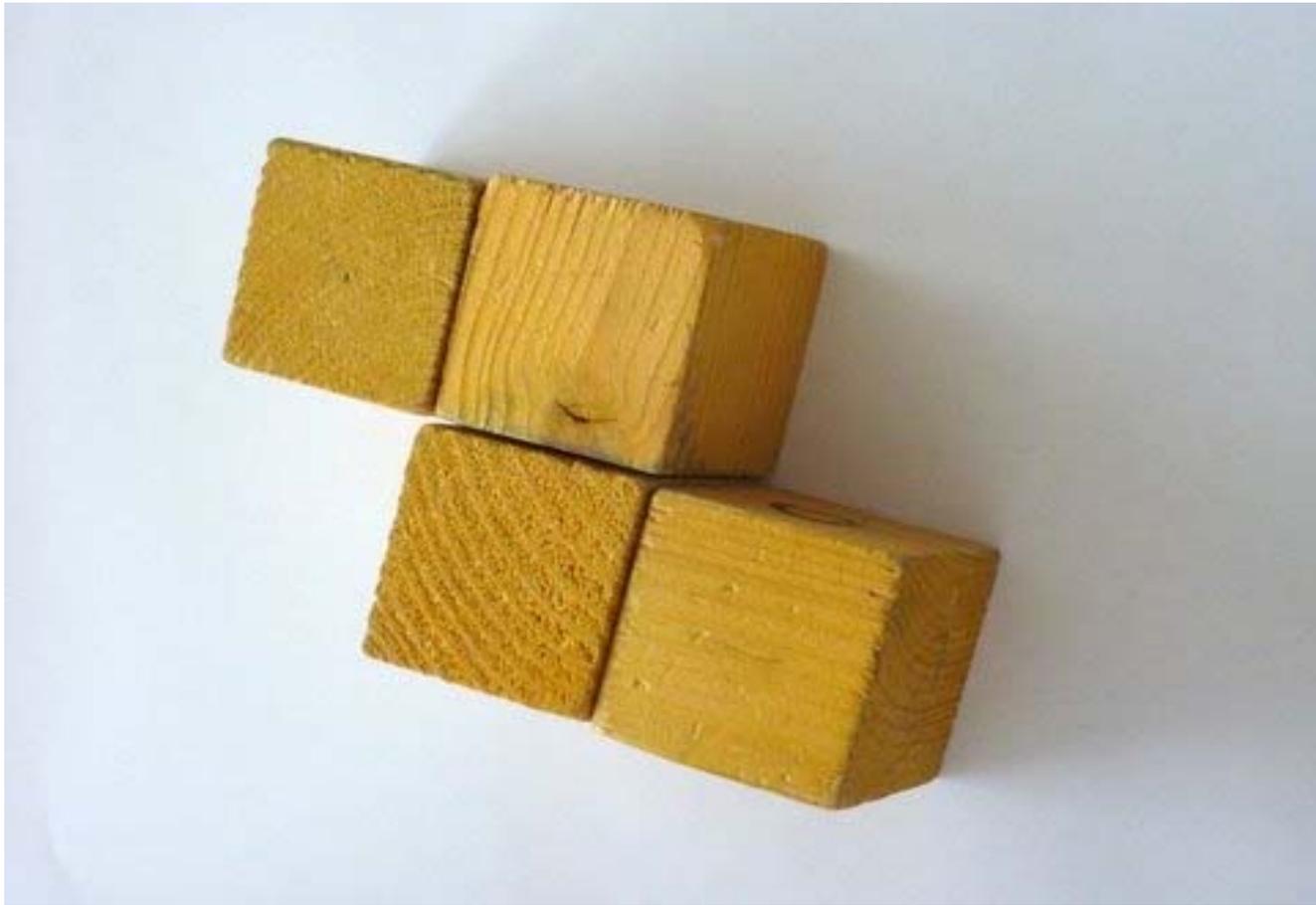
Nous introduisons ici un **psychomorphisme** entre l'univers des **figures en perspective** et celui des **photos de cubes en bois** assemblés.



Nous travaillons dans l'univers des photos de cubes en bois, ce qui permet de poser des questions du type :

Prendre une photo telle que les cubes apparaissent comme des carrés ;

Prendre une photo telle que l'on ne voie que deux faces au maximum de chaque cube.



Cette photo permet de poser un problème intéressant, nous demandons de : Prendre une photo de telle sorte que les cubes présentent **respectivement 1 face, deux faces, trois faces**. Soulignons l'intérêt d'utiliser deux medias : la figure en perspective géométrique et la photographie. Cette dernière introduit une perspective différente de celle de la perspective géométrique à cause de son **optique** : les deux cubes de droite, étant parallèles et juxtaposés montreraient sur une figure en perspective géométrique le même nombre de faces : 2 ou 3 selon le point de vue.



Le psychomorphisme de l'univers des assemblages de cubes matériels et celui des photos incite les élèves à réaliser des anticipations. Pour chaque nouvelle position des cubes ils devront effectuer une anticipation en réfléchissant dans un univers pour prévoir l'effet de leur action dans l'autre univers.

Dans l'exemple ci-dessus nous avons demandé de prendre une photo de telle sorte que l'on voie **au moins trois faces d'au moins un cube.**



Prendre une photo où l'on ne voit qu'une face du cube, toutes les faces vues sur la photo sont-elles **nécessairement carrées** ?



Quand on voit trois faces d'un cube ces faces sont-elles nécessairement des **parallélogrammes non carrés** toutes les trois ?



Peut-on vraiment savoir, en observant la photo s'il y a un cube que l'on ne voit pas ?

Visual geometrical perspective in the physical universe U of the cubes

- The universe U has a structure.
- The elements are the constructions with cubes.
- We can call them by letters a, b, c, ...
- The operation in U is to assemble two assemblies a and b to get a third c
- You have to coincide or overlap two or more square faces.

Perspective in the universe U' of the cubes drawn on the plan (With a photo or with a geometrical perspective figure)

- The universe U' has a structure.
- The elements are the figures : juxtapositions of quadrangles (square, diamond, parallelogram)
- We can call them by letters a'; b'; c'; ...
- The operation in U' is : juxtaposing two figures a' and b' to give a third c'
- You have to coincide or overlap two or more sides in common.

Deux univers de représentation en perspective de l'univers physique des cubes

De la page 48 à la page 67 nous vous proposons des photos et des **perspectives géométriques d'assemblages de cubes**.

Nous avons travaillé sur cet aspect des représentations lors d'ateliers à Tumbes (Pérou) pour des maîtres formateurs de l'école primaire.

Comme vous pouvez l'observer la **perspective géométrique** des figures sur feuille présente une structure **différente de celle des photos**.

En effet dans le premier cas le **point de fuite est à l'infini** alors que sur la photo il est **à distance finie** (à cause de l'optique de l'appareil).

Les deux perspectives sont donc de deux types différents.

Il est très important de traiter cet aspect avec les élèves.

Lors de notre atelier nous avons souligné qu'il fallait encore appliquer le principe de correspondance psychomorphique entre **deux univers de représentation en dimension deux** : celui des perspectives géométriques et celui des photos.

Dos universos de representación en perspectiva del universo físico de los cubos

Desde la página 48 hasta la página 67 les mostramos fotos y perspectivas geométricas de cubos.

Hemos trabajado este aspecto en talleres en Tumbes Peru con formadores del nivel primario.

Como usted lo verá la perspectiva « cavalière » presenta una estructura distinta, que tiene el punto de fuga en el infinito. En las fotos el punto de fuga esta a distancia finita, entonces se obtiene otro tipo de perspectiva.

Este aspecto es importante de tratarlo con los alumnos y dentro de nuestro taller se dijo que habia que aplicarse aqui una vez más, el principio de los sicomorfismos entre dos universos en dimension dos:

El universo de las perspectivas geométricas y el universo de las fotos.

Mira la pila de cubos y piensa cuantos pueden haber a lo maximo y a lo minimo

Look at the stack of cubes and think how many there may be at the maximum and minimum

Observez l'empilement de cubes ci-dessous et dites combien il peut y en avoir au maximum et au minimum

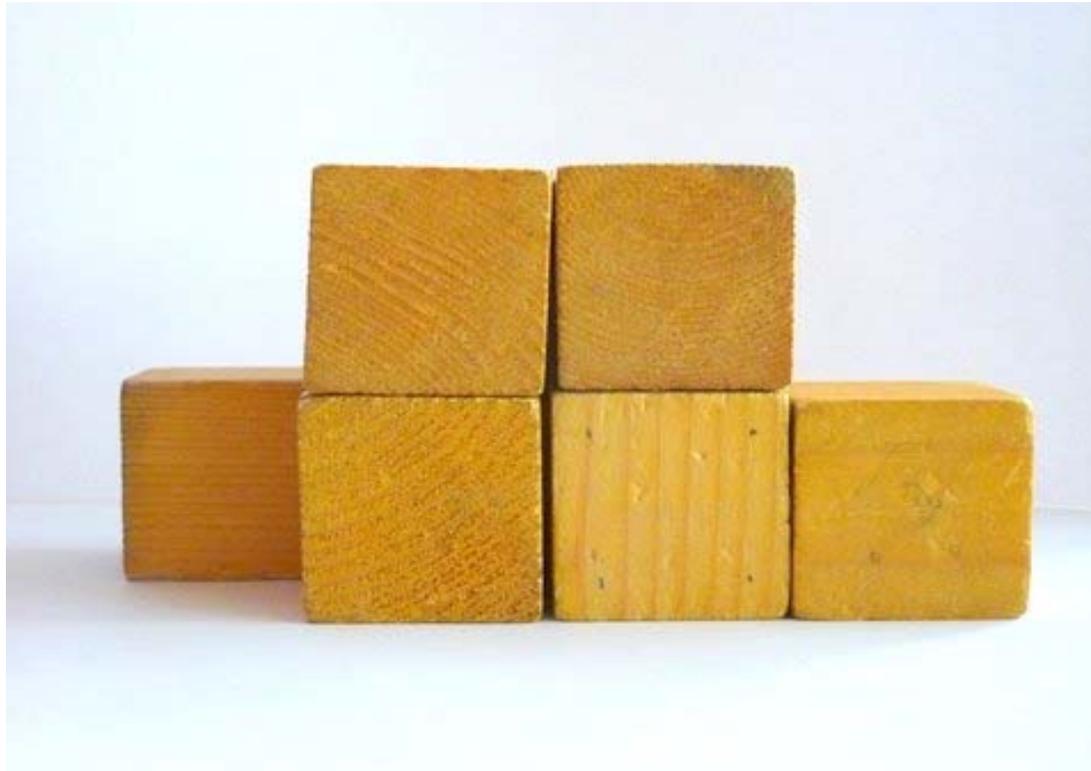
Κοιτάξτε τη στοίβα των κύβων και σκεφτείτε πώς μπορείτε να έχετε μέγιστες και ελάχιστες

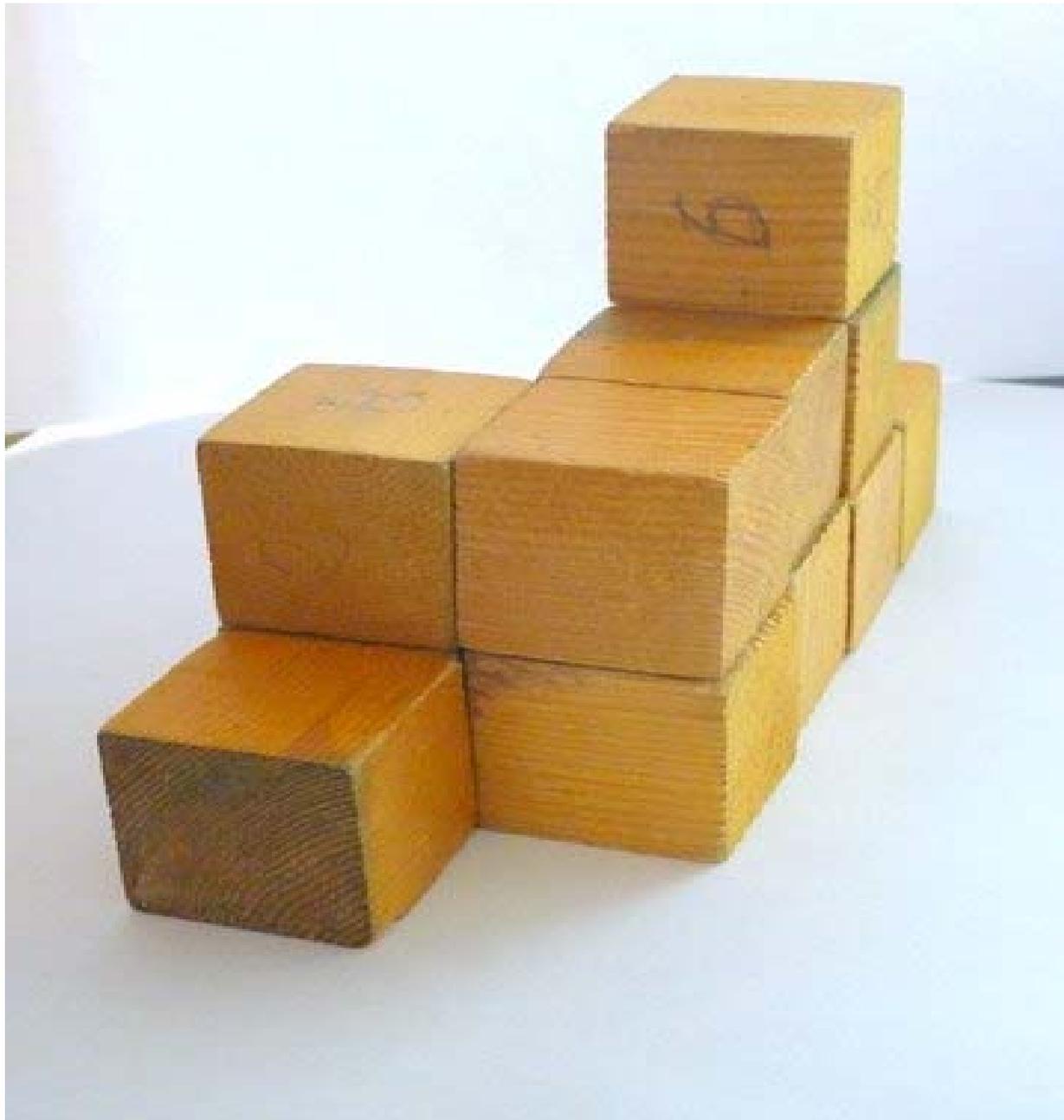


Mira la pila de cubos y piensa cuantos pueden haber a lo maximo y a lo minimo

Look at the stack of cubes and think how many may have the maximum and minimum
Observez l'empilement de cubes ci-dessous et dites combien il peut y en avoir au maximum et au minimum

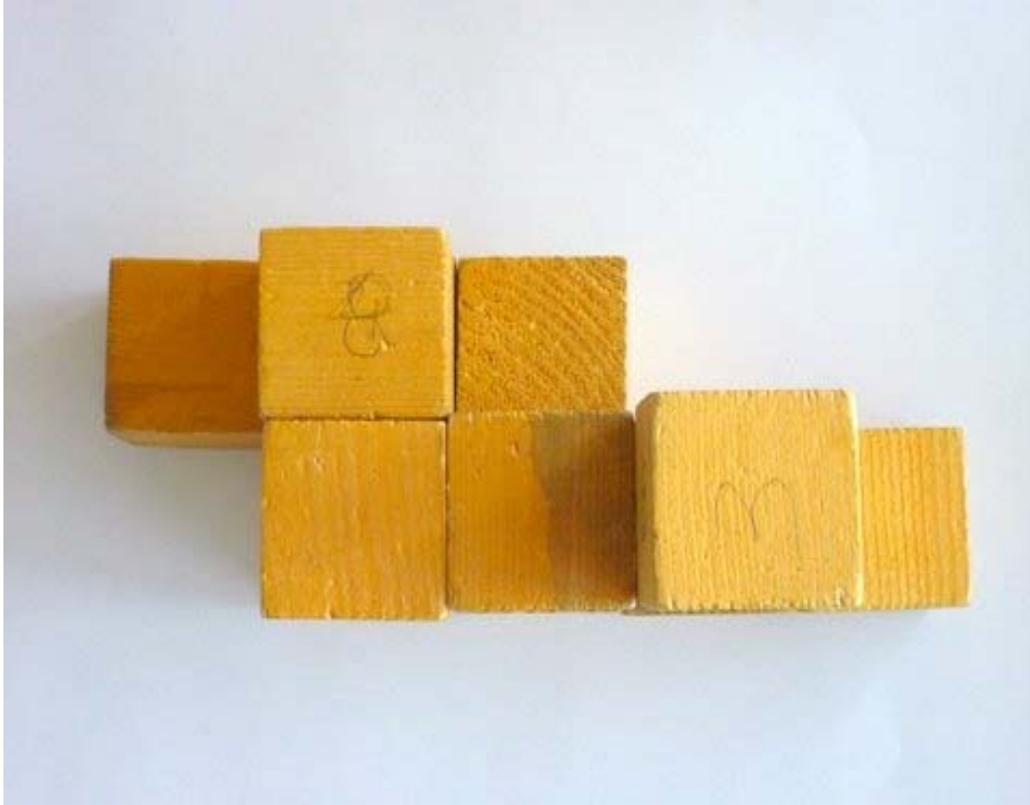
Κοιτάξτε τη στοίβα των κύβων και σκεφτείτε πώς μπορείτε να έχετε μέγιστες και ελάχιστες





**Look at the stack of cubes
and
think how many may have
the
maximum and minimum**

Observez l'empilement de
cubes
ci-dessous et dites combien il
peut
y en avoir au maximum et au
minimum



Look at the stack of cubes and think how many may have the maximum and minimum

Observez l'empilement de cubes ci-dessous et dites combien il peut y en avoir au maximum et au minimum



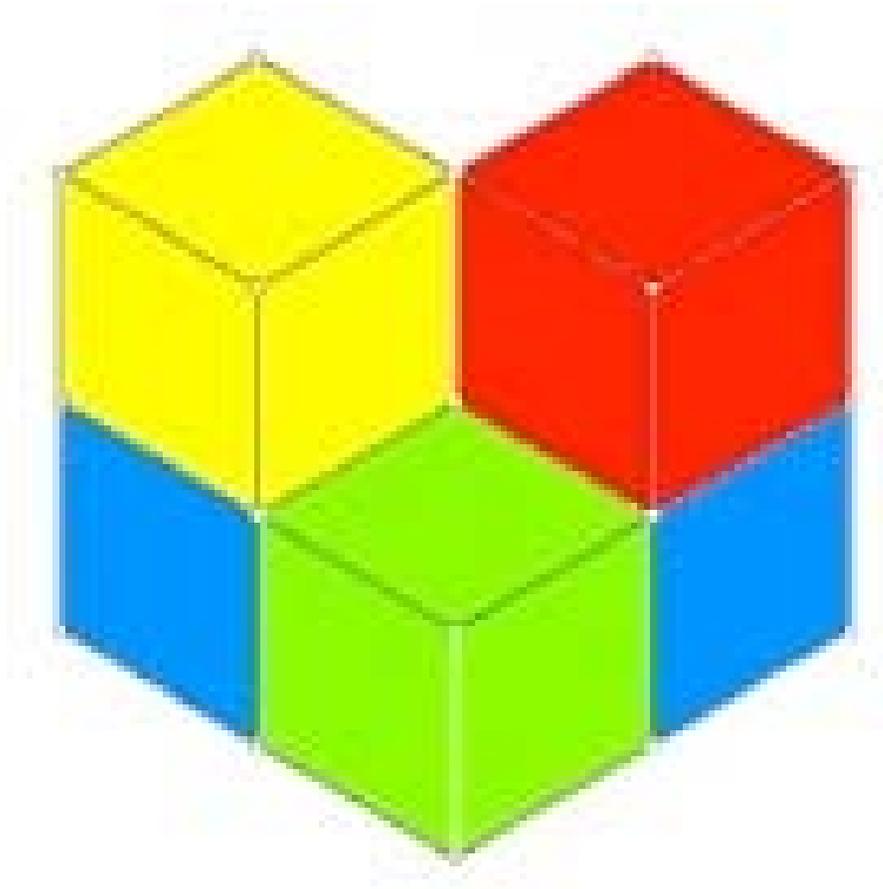
Look at the stack of cubes and think how many may have the maximum and minimum

Observez l'empilement de cubes ci-dessous et dites combien il peut y en avoir au maximum et au minimum



Look at the stack of cubes and think how many may have the maximum and minimum

Observez l'empilement de cubes ci-dessous et dites combien il peut y en avoir au maximum et au minimum

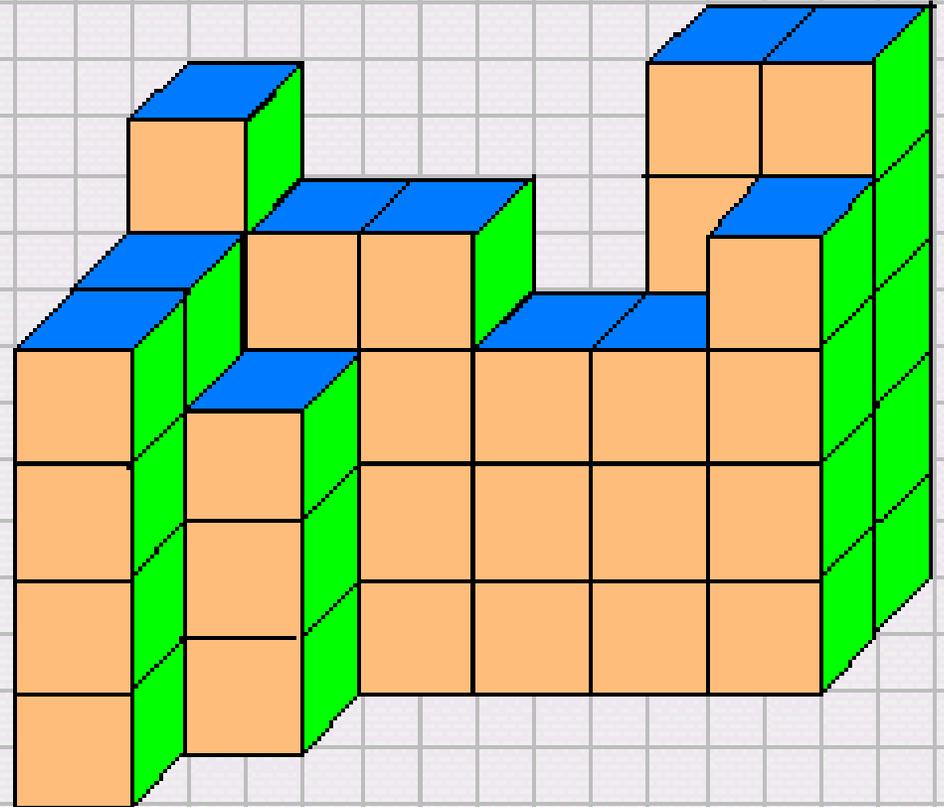


Look at the stack of cubes and think how many may have the maximum and minimum

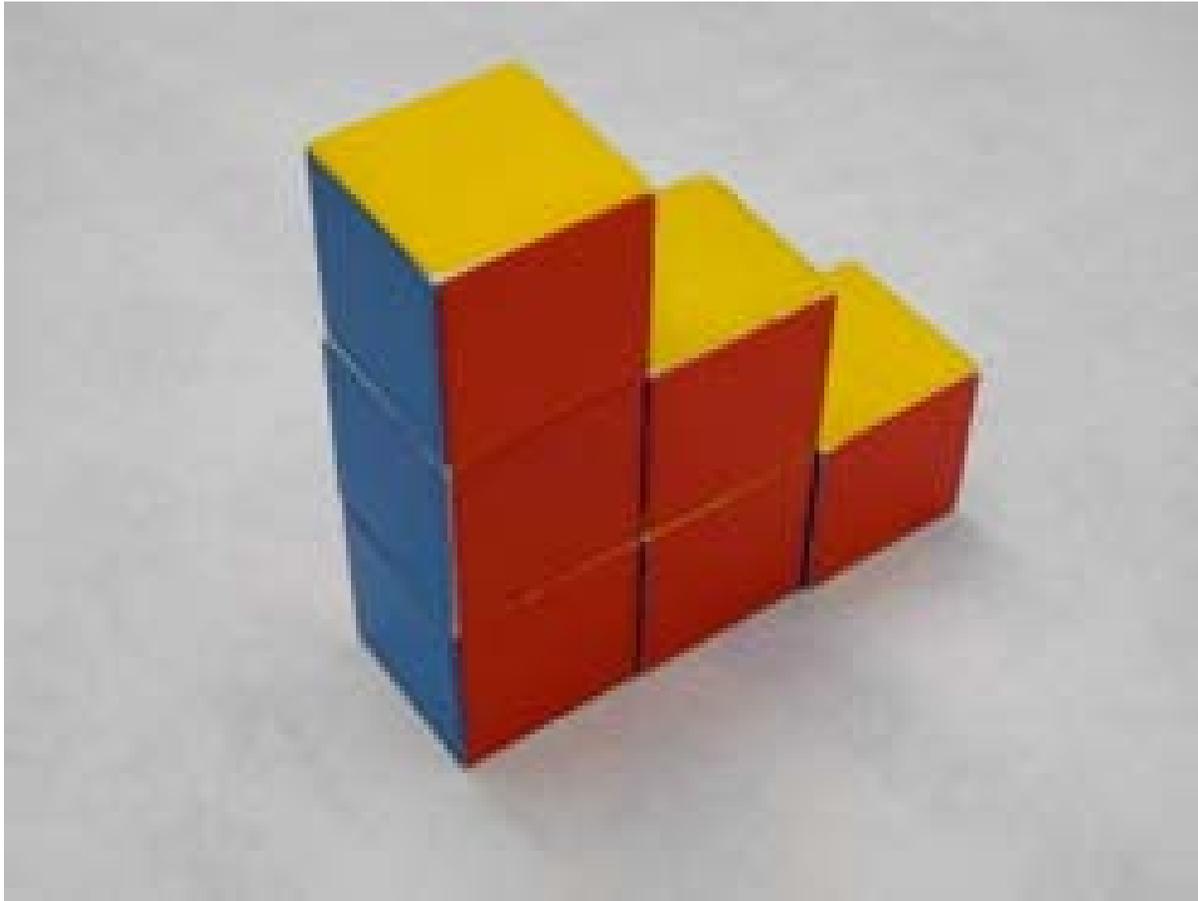
Observez l'empilement de cubes ci-dessous et dites combien il peut y en avoir au maximum et au minimum

Look at the stack of cubes and think how many may have the maximum and minimum
 Observez l'empilement de cubes ci-dessous et dites combien il peut y en avoir au maximum et au minimum

					5	5
5	4	4	3	3	4	
4	3					
4						



Look at the stack of cubes and think how many may have the maximum and minimum
Observez l'empilement de cubes ci-dessous et dites combien il peut y en avoir au maximum et au minimum

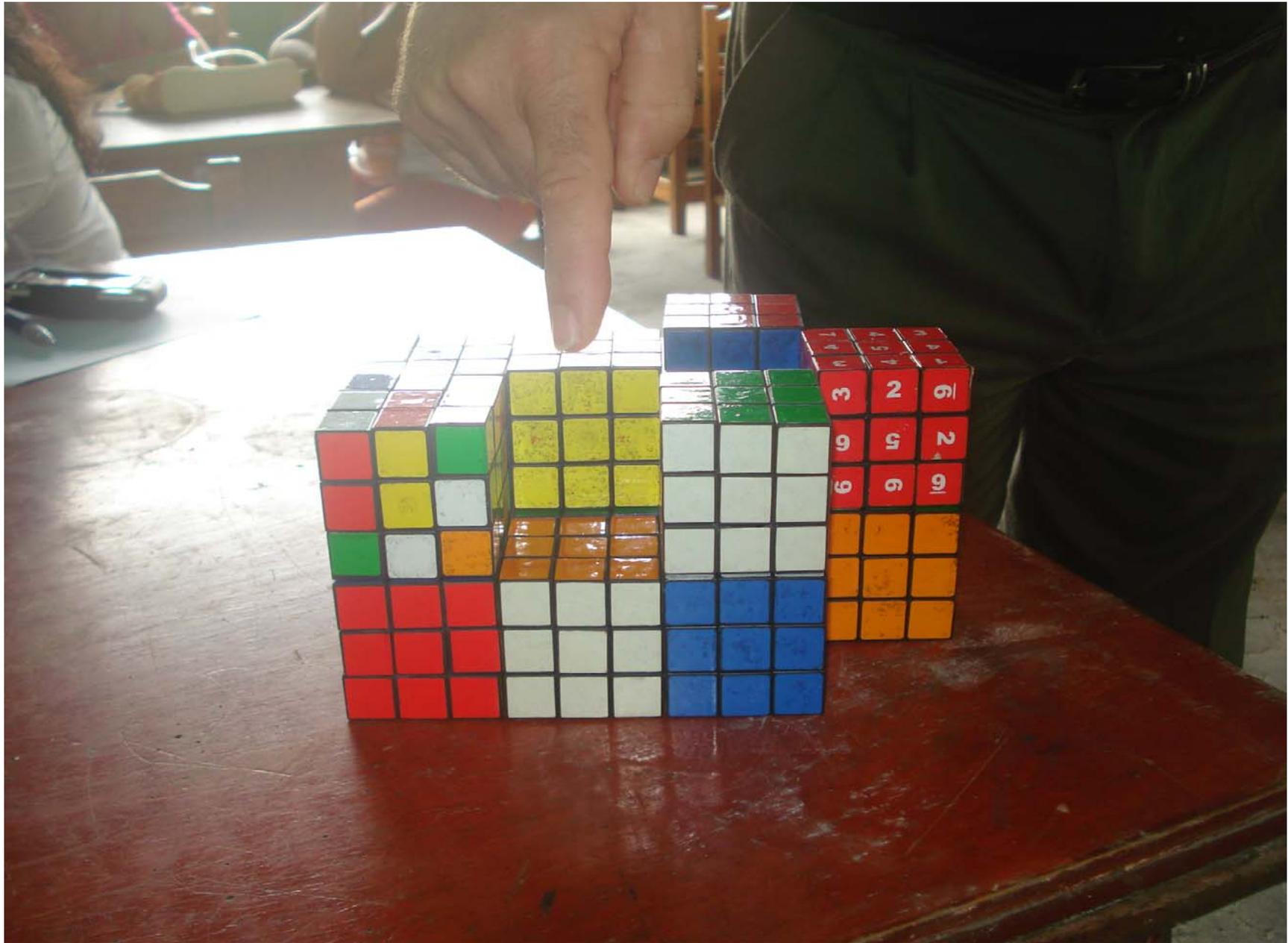


Activities around the cube to train teacher trainers at Tumbes Peru

Activités autour du cube pour la formation de formateurs pédagogiques à Tumbes Pérou

Las actividades sobre los cubos en la Formación de Formadores Pedagógicos en Tumbes Perú





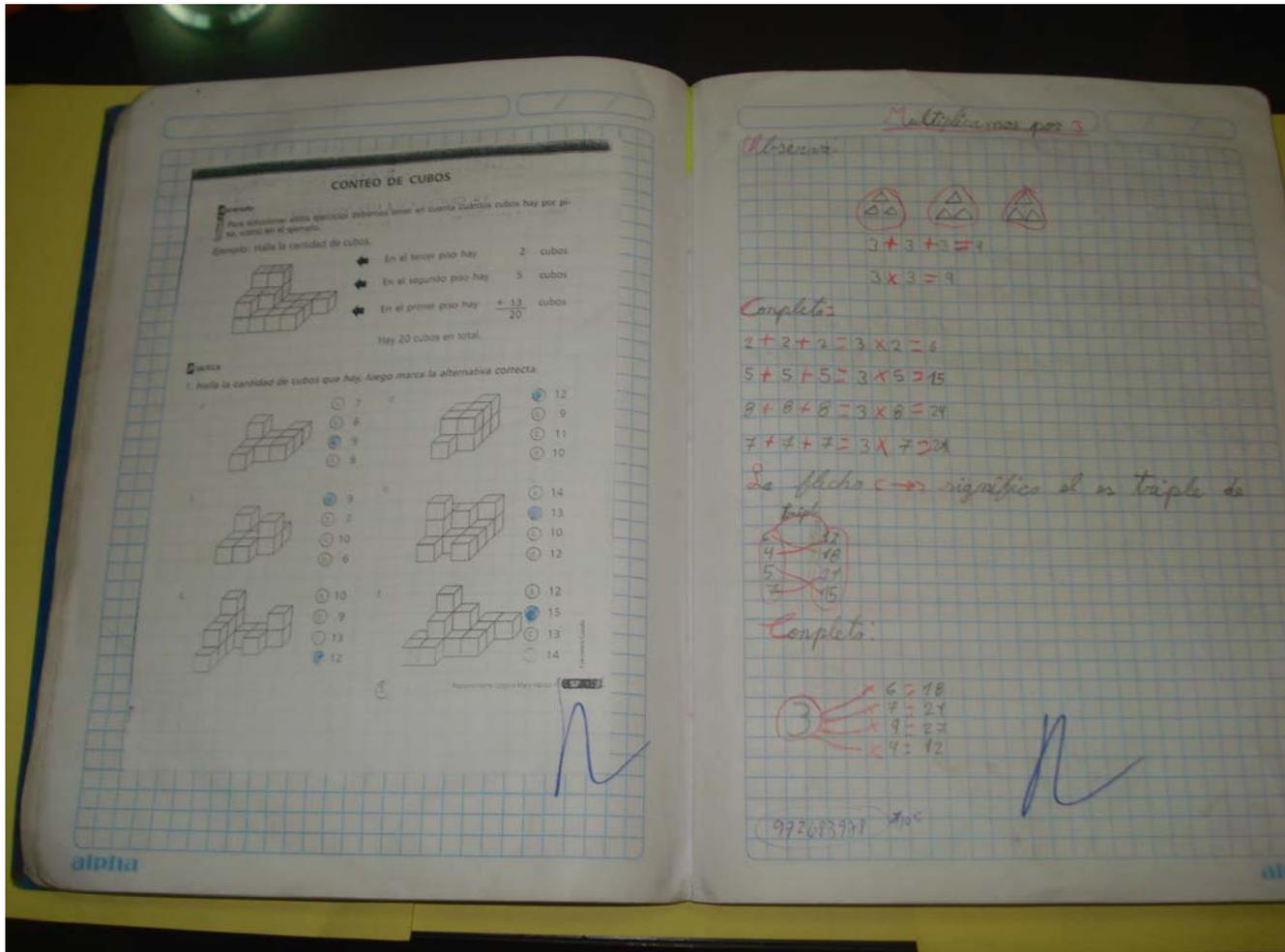
Red	Yellow	Green	White	Yellow	White	Blue	Red	3	2	9
Red	Yellow	White	White	Yellow	White	White	White	9	5	2
Green	White	Orange	White	Orange	White	White	White	9	9	9
Red	Red	Red	White	White	White	Blue	Blue	Orange	Orange	Orange
Red	Red	Red	White	White	White	Blue	Blue	Orange	Orange	Orange
Red	Red	Red	White	White	White	Blue	Blue	Orange	Orange	Orange

Activities around the cube to train teacher trainers at Tumbes Peru
Activités autour du cube pour la formation de formateurs pédagogiques à Tumbes Pérou
Las actividades sobre los cubos en la Formación de Formadores Pedagógicos en Tumbes Perú





The notebook of a primary school pupil of Tumbes in Peru
 Le cahier d'un élève de l'école primaire de Tumbes au Pérou
 Cuaderno de alumno de la escuela primaria de Tumbes Perú

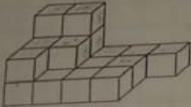


The notebook of a primary school pupil of Tumbes in Peru
 Le cahier d'un élève de l'école primaire de Tumbes au Pérou
 Cuaderno de alumno de la escuela primaria de Tumbes Perú

CONTEO DE CUBOS

Aprendo
 Para solucionar estos ejercicios debemos tener en cuenta cuántos cubos hay por piso, como en el ejemplo.

Ejemplo: Halla la cantidad de cubos.



← En el tercer piso hay 2 cubos

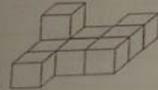
← En el segundo piso hay 5 cubos

← En el primer piso hay $+ \frac{13}{20}$ cubos

Hay 20 cubos en total.

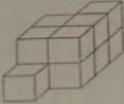
Practica
 1. Halla la cantidad de cubos que hay, luego marca la alternativa correcta.

a



(a) 7
 (b) 6
 (c) 9
 (d) 8

d



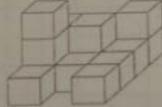
(a) 12
 (b) 9
 (c) 11
 (d) 10

b



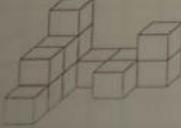
(a) 9
 (b) 7
 (c) 10
 (d) 6

e



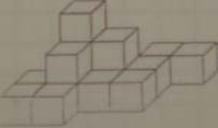
(a) 14
 (b) 13
 (c) 10
 (d) 12

c



(a) 10
 (b) 9
 (c) 13
 (d) 12

f



(a) 12
 (b) 15
 (c) 13
 (d) 14

Elaborado por: [illegible]

In the "20s", an intelligence test ...

una pregunta de la « prueba de inteligencia » en Francia en 1920

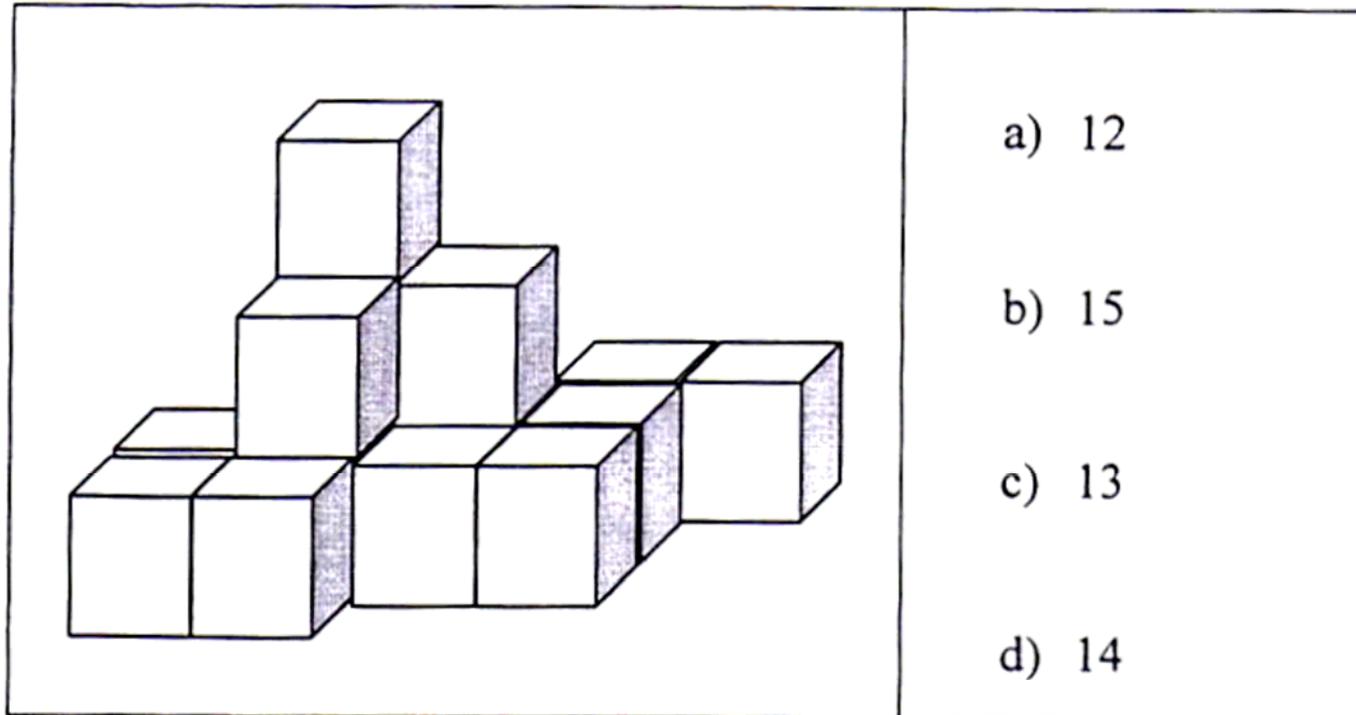
Une question de test de « QI » dans les années 1920

ΤΟ 1920 ήΤΑΝ ΈΝΑ ΤΕΣΤ νοημοσύνης

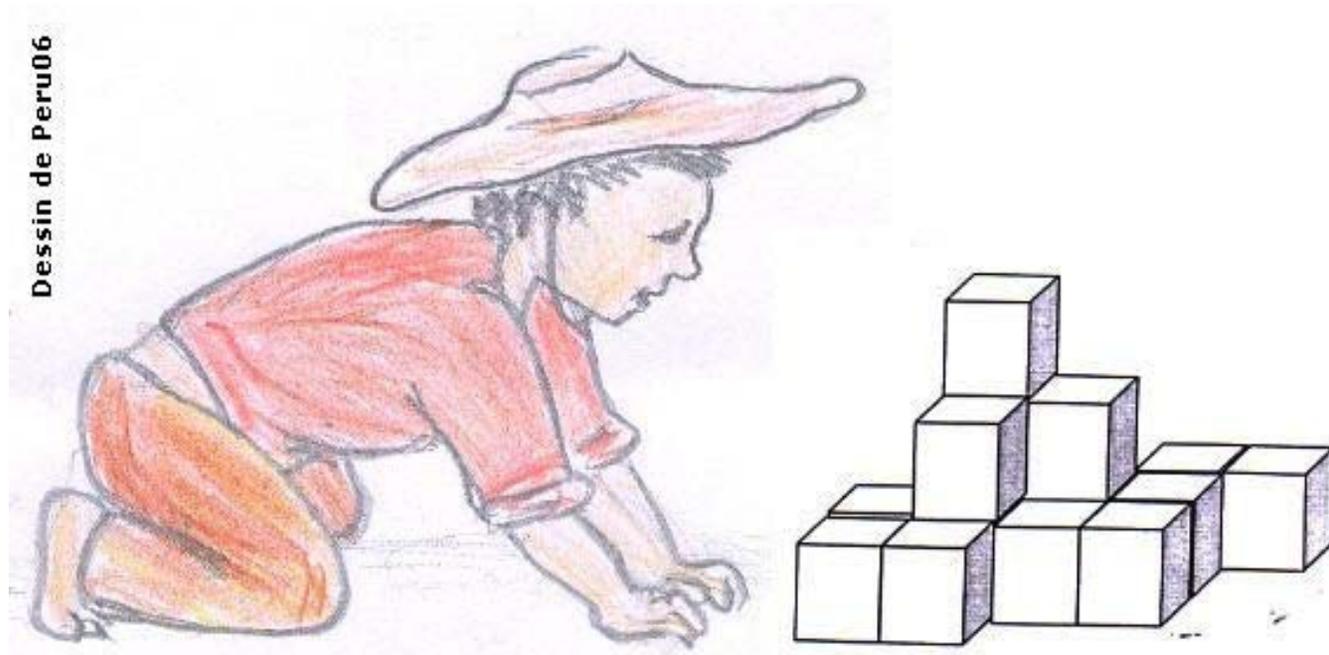
Count how many cubes are represented in this figure, then choose the correct answer

Contar los cubos dibujados en la figura y dar la buena respuesta

Compter combien de petits cubes sont représentés dans chaque figure.
Ensuite choisir la réponse correcte.



In 2011, in the spirit of the new curriculum: "the common core" ...



Aide cet enfant à compter ses cubes...

Help this child : how many cubes are there ?

This gives the child a situation with high activity so that we can investigate and propose methods of counting

Nous proposons à l'enfant une situation active où nous pouvons découvrir ensemble différentes méthodes de comptage

Dr.Ruben Rodriguez Herrera

ruben.rodriquez@unicaen.fr

IREM -IUFM

Université de Caen Basse-Normandie France

- Thank you very much for your attention!
- **Merci beaucoup !**
- *¡ Gracias por su atención !*
- **Ευχαριστώ πολύ !**