# Les Mathématiques en Discipline Non Linguistique, à notre avis, ce sont...

Lors des Journées Nationales 2007 à Besançon, quelques collègues intéressés par l'enseignement des mathématiques en langue étrangère (anglais ou allemand pour l'instant) se sont réunis pour former un groupe de travail autour de cette matière, appelée fréquemment DNL, pratiquée en section européenne (ou en section internationale) de lycée. Ce collectif se retrouve deux fois par an, une fois au printemps à Paris et une fois aux Journées Nationales: une deuxième rencontre a eu lieu pendant un week-end de mars 2008 pour la prise de contact et une troisième aux Journées de La Rochelle en octobre 2008.

## Des différences importantes.

Les témoignages de chacun sur les modalités de ce cours permettent de constater combien chaque lycée fonctionne différemment de celui de l'académie voisine sur autant de points que l'horaire hebdomadaire, la collaboration avec le collègue de langue, la répartition des élèves selon les filières à partir de la première, l'existence d'un échange avec l'étranger ou non, l'évaluation à l'épreuve du bac, la concertation avec les IPR de math, la formation continue... A ce jour, le B. O. ne fixe pas de cadre précis à tous ces points et laisse une grande marge de liberté selon les moyens locaux.

## L'épreuve du baccalauréat.

Rappelons dans un premier temps la forme de l'épreuve orale de DNL au bac, fixée par le B. O.: un sujet à préparer en vingt minutes et à présenter devant deux examinateurs, un professeur de DNL mathématiques et un professeur de langue. Le sujet est composé d'un texte en langue étrangère inconnu, court, environ une quinzaine de lignes, suivi dans de nombreuses académies de quelques questions mathématiques, le tout tenant en gros sur une page A4. Le candidat expose le fond mathématique du sujet, éventuellement en s'appuyant sur les questions, quand elles existent. Si le candidat est issu de filière L, ce contenu mathématique peut aussi être de la culture mathématique. Les examinateurs posent des questions plus larges dans un souci permanent d'interdisciplinarité sur les sujets étudiés en classe pendant l'année en s'appuyant sur la liste fournie par le candidat. Cette note d'oral compte pour 80% de la note finale et la note de contrôle continu donnée par son enseignant habituel pour 20%.

## Ce que l'enseignement de DNL apporte aux élèves.

Nous sommes plusieurs enseignants de DNL mathématiques en exercice à penser que l'usage d'une langue étrangère non maîtrisée par les élèves peut devenir un support pour acquérir de nouveaux contenus mathématiques sous un angle nouveau et à un rythme différent que ces mêmes contenus s'ils étaient dispensés en français. Dans la communication du savoir, l'usage de la langue étrangère permet une approche différente  et peut évoquer des aspects mathématiques inattendus chez l'élève qu'il lui appartiendra ensuite de s'approprier puis de restituer. Il améliorera ensuite naturellement autant la précision mathématique que sa maîtrise linguistique. Nous tentons, modestement, dans la suite de ce texte d'exposer des pistes qui sous-tendent la préparation de nos cours de DNL.

## Le contenu mathématique.

Il s'appuie sur le programme officiel de la classe sans pour autant y être strictement limité. On peut proposer des extensions aux notions enseignées « hors programme » dans la mesure où elles sont jugées facilement accessibles aux élèves. Ainsi, si on présente des statistiques en seconde, on pourra proposer aussi les quartiles à la suite de la médiane, bien que ceux-ci figurent au programme de première. Ce cours de DNL, quand il s'inscrit en heures supplémentaires sur le temps réglementaire de mathématiques de la classe, devient une opportunité pour accorder du  temps à l'expérimentation, à la conjecture sans la contrainte du programme annuel à boucler. C'est par exemple l'occasion de construire réellement en carton les objets étudiés en géométrie dans l'espace pour les observer et les décrire ensuite. On peut aussi proposer une connaissance culturelle du contexte de la notion étudiée, par exemple sur le thème des solides de Platon en seconde, découvrir les symboles que les Grecs leur avaient associés dans l'Antiquité, ou encore la vision qu'avait Kepler du mouvement des planètes connues au seizième siècle. Cela peut faire l'objet de dossiers par groupes dans la classe puis de communication par exposés, notamment en exploitant des thèmes d'histoire des mathématiques ou des interviews de mathématiciens.
Il est nécessaire lorsqu'on choisit un sujet de s'assurer qu'il offre bien l'occasion de parler en classe en langue

étrangère, ce qui privilégie des thèmes qui ont un arrière-plan culturel plutôt que des questions purement techniques.
D'un point de vue linguistique, il est important que le contenu mathématique soit nouveau pour les élèves afin qu'ils ressentent qu'ils peuvent acquérir des connaissances par le vecteur d'une langue étrangère. On souhaite éviter la sensation de traduire en français des contenus déjà connus. A aucun moment, il ne s'agit d'apprendre la langue en elle-même; à tout moment, il s'agit d'utiliser cette langue étrangère, y compris de façon imparfaite. Dans ce but, on ne corrige pas les fautes de grammaire des élèves tant qu'ils restent compréhensibles. Il s'agit avant tout de les faire parler et écrire par eux-mêmes. Cela passe souvent dans un premier temps par la reformulation, voire la répétition à voix haute en classe de la conjecture qui vient juste d'être émise. Le vocabulaire mathématique nouveau dans la langue émerge au fur et à mesure du déroulement du temps de la classe et dans l'idéal, devient leur demande (« Madame, how do you say dénominateur? »). Ces nouveaux mots ont plus de chance d'être réinvestis à l'avenir quand ils émergent du vécu des élèves. On leur demande aussi d'en mémoriser quelques uns par séance, éventuellement interrogation rapide de vocabulaire à l'appui.

## Le travail des élèves et son évaluation.

L'expérience montre en classe de seconde que les élèves utilisent les interrogations de vocabulaire pour se rassurer sur leur travail en DNL. Ils mettent du temps à modifier leurs façons de travailler en vue d'un compte-rendu et ils se montrent plus volontaires au début si on présente l'activité à réaliser pendant le cours de façon scolaire, en faisant évoluer la méthode de façon progressive. La classe de seconde en DNL semble faire l'objet d'une pédagogie un peu à part utilisant de préférence des thèmes courts sur une ou deux séances. Les deux années suivantes de première et terminale deviennent alors le temps de thèmes plus étalés sur le temps, sur lesquels on pourrait présenter des aspects différents. C'est aussi à partir de la première qu'on peut commencer à orienter quelques cours vers la forme de l'épreuve orale au baccalauréat.
L'évaluation du travail des élèves nous semble difficile à uniformiser à ce stade. Elle peut dépendre aussi de l'existence ou non d'un échange avec un groupe d'élèves d'un pays étrangers d'une part, de la présence d'une collaboration avec le collègue de langue d'autre part. Plusieurs suggèrent pour les travaux écrits une double correction du type annotée en rouge pour les mathématiques et en vert pour les corrections linguistiques. On peut envisager cette double correction en collaboration avec le collègue de langue.

## Un enseignement différent

La DNL selon nous, ce n'est pas traduire mot à mot toutes les questions détaillées pour faire une étude de fonction par exemple comme cela est fréquent pour la préparation au baccalauréat en France. Ce n'est pas non plus demander des séries de calculs techniques comme le calcul de fonctions dérivées. L'évaluation au cours de l'année peut être différente du devoir surveillé en classe rédigé en temps limité et de façon strictement individuelle. Au contraire, on peut la rapprocher des pratiques de TPE où la production serait écrite sous forme de compte-rendu documentaire et/ou orale sous forme d'exposé à la classe.

Pour résumer la réalité pratique de tous les enseignants de DNL mathématiques, sachez qu'il faut se documenter et réaliser ses séquences de cours de A à Z: il n'existe à ce jour aucun manuel scolaire sur lequel on puisse se reposer. On ne peut compter son temps ni sa peine pour la préparation de ce cours, qui, une fois réalisée, s'avère souvent pleine de surprises en classe. Les réactions des élèves sont très souvent différentes de ce qu'on avait prévu. Notre collectif s'est muni d'un espace internet de mutualisation des travaux de tous afin de nous permettre de mieux gérer le temps investi, puisque tous les enseignants de DNL ont aussi la plus grande part de leur service sur des cours en français.

Groupe de travail DNL de l'APMEP

Contacts : Emmanuelle Pernot Emmanuelle.Pernot@ac-poitiers.fr
Odile Jenvrin Odile.Jenvrin-Sesboue@ac-caen.fr

**Annexes :**
**1 -** Séance de cours sur les pavages
**2 -** Epreuve de baccalauréat sur les suites

| MATHEMATICS | **PREMIERES S EURO**<br>2007 - 2008<br># What are Tessellations? |
|---|---|

## I. Preliminaries :

**Definition**: A regular polygon is a polygon that has all sides congruent and all angles congruent.
All the vertices lie on a circle.

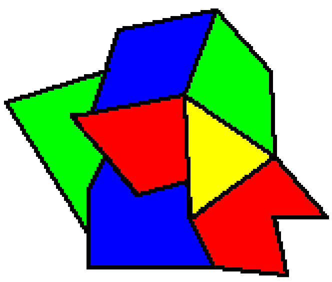
**Properties** : Complete the following grid about the regular polygons

| Number of sides | Name | Measure of each angle |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

## II. TESSELLATIONS

Basically, a tessellation is a way to tile a floor with shapes so that there is no overlapping and no gaps. Remember the last puzzle you put together? Well, that was a tessellation! The shapes were just really weird.

Example:



We usually add a few more rules to make things interesting!

## 1. REGULAR TESSELLATIONS:

- RULE #1: The tessellation must tile a floor with no overlapping or gaps.
- RULE #2: The tiles must be regular polygons - and all the same.
- RULE #3: Each *vertex* must look the same.

**What can we tessellate using these rules?**

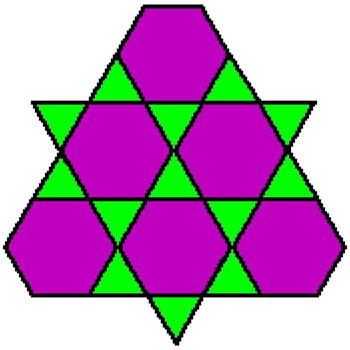
- Triangles?
- Squares?
- Pentagons?
- Hexagons?
- Heptagons?
- Octagons?

They'll overlap too. In fact, all polygons with more than six sides will overlap!
So, the only regular polygons that tessellate are triangles, squares and hexagons!

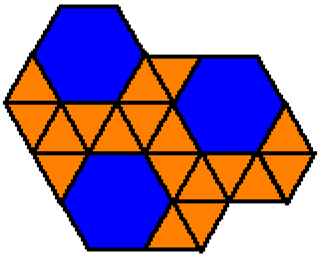
## 2. SEMI-REGULAR TESSELLATIONS:

These tessellations are made by using two or more different regular polygons. The rules are still the same. Every vertex must have the exact same configuration.

Examples:



3, 6, 3, 6



3, 3, 3, 3, 6

These tessellations are both made up of hexagons and triangles, but their vertex configuration is different. That's why we've named them!

To name a tessellation, simply work your way around one vertex counting the number of sides of the polygons that form that vertex. The trick is to go around the vertex in order so that the smallest numbers possible appear first.

That's why we wouldn't call our 3, 3, 3, 3, 6 tessellation a 3, 3, 6, 3, 3!

- What others semi-regular tessellations can you think of?

- What is the minimum of pieces you need at one vertex to create a semi regular tessellation?

- What is the maximum?

- How many different kinds of polygons could you have at one vertex?

- Complete the following grid :

| **Number of polygons at one vertex** | **Number of possibilities** | **Name of the tessellations** |
|---|---|---|
| **6** | | |
| **5** | | |
| **4** | | |
| **3** | | |

## COMMENTAIRES POUR LE PROFESSEUR

Ce cours a pour but de faire découvrir aux élèves ce qu'est un pavage et comment peut-on créer des pavages réguliers et semi-réguliers.

Les élèves regroupés par 4, sont munis dès le départ d'un certain nombre de polygones réguliers ayant de 3 à 12 sommets, qu'ils peuvent et doivent utiliser pour appréhender les différents pavages possibles. Une part importante est laissée à la manipulation. Un diaporama sert de support au professeur pour montrer des exemples d'associations de polygones qui ne donnent pas des pavages, tous les pavages possibles en couleur, les pavages dans l'art…

Dans un premier temps, les élèves définissent les mesures des angles des polygones réguliers afin de pouvoir par la suite justifier leurs résultats sur les pavages.

Une partie rapide sur les pavages réguliers permet aux élèves de comprendre la notion de pavage et de se rendre compte des possibilités et impossibilités.

La dernière partie est la plus importante et amène de nombreuses réflexions sur les possibilités de paver un plan avec des polygones réguliers. Les quelques questions proposées dans ce paragraphe doivent permettre aux élèves de définir tous les pavages possibles. Les démonstrations peuvent se faire de manière géométrique (la plus simple et la plus naturelle) ou à l'aide de suites. Ces démonstrations, dont le degré de difficulté varie, permettent à l'élève de formaliser sa pensée et de l'exprimer à l'oral, notamment quand il s'agit de convaincre les autres membres du groupe ou le professeur.

Cette séquence réalisée dans différents établissements a été une réussite à chaque fois. Les élèves apprécient de découvrir un thème nouveau qui est plus compliqué qu'il n'y parait. Les élèves sont particulièrement motivés par le fait de manipuler et prennent donc plaisir à aller au bout des possibilités. Selon le niveau de la classe, on peut adapter les démonstrations attendues. Les ouvertures culturelles et artistiques sont nombreuses et offrent un prolongement possible.

Emmanuelle Pernot
Emmanuelle.Pernot@ac-poitiers.fr

# EPREUVE DE SECTION EUROPENNE

# GOLDEN RABBITS

The earliest mathematical model of population growth can be found in the work of Leonardo of Pisa, in 1220. It was about the reproductive behaviour of rabbits. Not in its biological sense, but numerological. Leonardo took as the basic unit a pair of rabbits – a natural enough hypothesis. Assume that in the beginning there is one pair of immature rabbits. These mature for a season. Every season after, they beget[1] one immature pair, which in turn matures for a season. And of course, all newly mature pairs beget one immature pair per season as well. Suppose that rabbits never die. How many pairs of rabbits will have been begotten after *n* seasons?

Suppose there are $M_n$ mature pairs and $I_n$ immature pairs in season $n$. Then we start out in season 1 with $M_1 = 0$, $I_1 = 1$. The growth laws are:

$$I_{n+1} = M_n \text{ and } M_{n+1} = M_n + I_n.$$

*Adapted from "Does God play dice?" - Ian Stewart*

## Questions

1. What is the difference between an immature pair and a mature one?
2. Explain the growth laws given at the end of the text.
3. In a table, compute the values of $M_n$ and $I_n$ for $n$ from 1 to 8.
4. Let $T_n$ be the total number of pairs of rabbits in season $n$.
   Compute the values of $T_n$ for $n$ from 1 to 8.
5. Prove that for any natural number n, $T_{n+2} = T_{n+1} + T_n$ and deduce that $\frac{T_{n+2}}{T_{n+1}} \times \frac{T_{n+1}}{T_n} = \frac{T_{n+1}}{T_n} + 1$
6. We admit that the ratio $\frac{T_{n+1}}{T_n}$ approaches a positive real number $\alpha$ when n approaches $+\infty$.

   a) Explain why we can say that $\alpha$ is a solution of the equation $x^2 - x - 1 = 0$.

   b) Compute the exact value of $\alpha$.

*Mickaël Védrine* mickael.vedrine@free.fr

[1] Engendrer