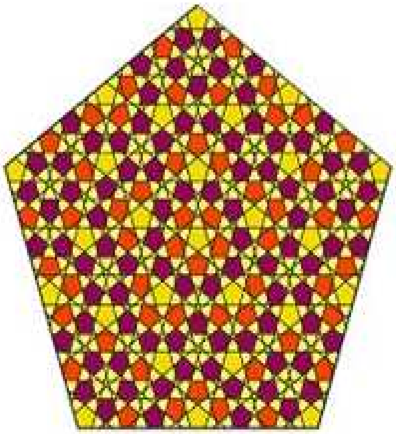
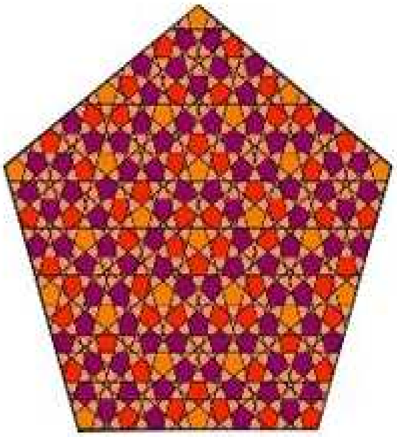
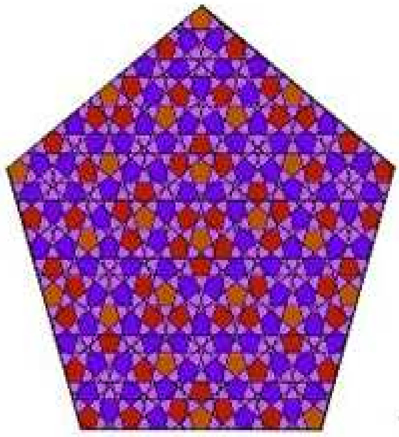
  

Actividades al rededor de las pavimentos de Frédéric Mansuy

Por Danielle Salles-Legac (*)

Introducción

Deseamos, en las páginas que siguen, presentarle y hacerle participar en una muy pequeña) pa de los trabajos de Frédéric Mansuy. Numerosos matemáticos aficionados hicieron progresar las matemáticas y a menudo forman parte de la memoria matematica por un teorema o un concepto importante. Pensamos por supuesto a Ramanujan a este personaje misterioso y también a Viète y Fermat… Sin querer choquear su modestia, Frédéric Mansuy tiene, por eso una trajectoria poco común puesto que comenzó su vida profesional con un CABO de tejedor y la prosiguió como impresor. Los trabajos del Precio Nobel de química (en 2011) Daniel Schechtman le hicieron descubrir los CuasiCristales, y esa experiencia se fué un desencadenante potente de su deseo de investigar en ese dominio del concocimiento. Nosotros lo conocimos en las jornadas internacionales de la Asociación de los investigadores apasionados por las succesiones équitos a Fibonacci que han tenido lugar el año pasado en Caen (**) donde él presentaba sus trabajos.

Sus trabajos se presentan en línea (véase la bibliografía) y hoy sólo vamos a esbozarlos pero esperamos suscitar el deseo de proseguir y profundizar.

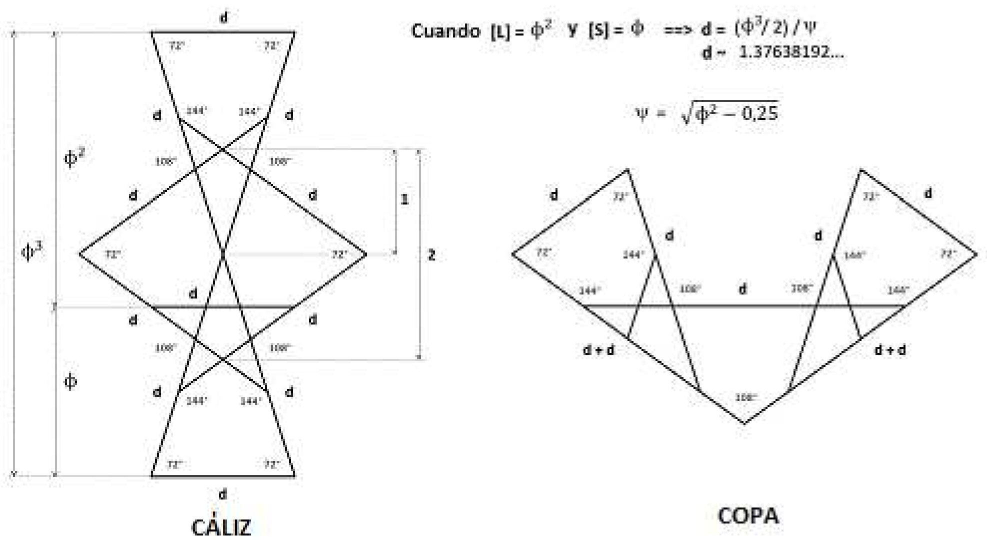
Le presentamos pues una actividad destinada a los alumnos del secundario así como a los alumnos de magisterio.

Sus objectivos son de rememorarse o abordar los conocimiento de los conceptos de pentágono, triángulo de oro, número de oro, medida de los ángulos de los polígonos regulares, medida de los ángulos inscritos en un círculo, y descubrir el « pavimento de Penrose ».

(*) con la colaboración preciosa de Frédéric Mansuy y Ruben Rodriguez.

(**) gracias a nuestro colega Christian Ballot, especialista de este dominio, de habernos puestos en relación con Frédéric.

Construcción del cáliz de Mansuy



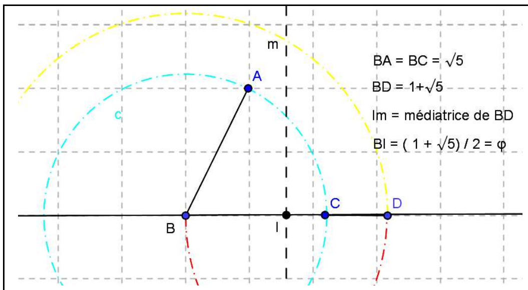
Aquí tenemos el cáliz y la copa. Estos dos objetos son la **base de las construcciones de los pavimientos de Mansuy.**

Intentemos hacer conocimiento con ellos. ¿Observan atentamente los dos objetos geométricos, puede definir una figura presente dos veces en cada objeto?

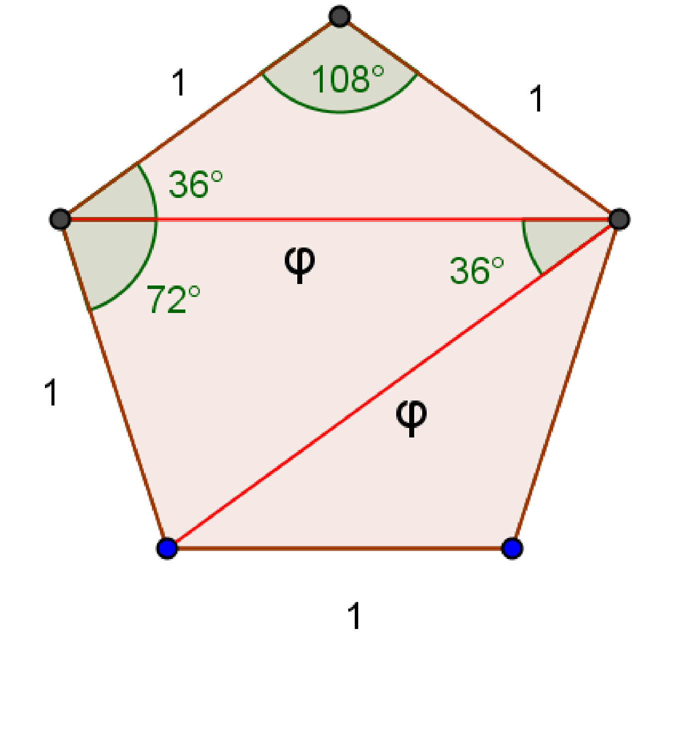
¿Cómo se llama la figura que sólo aparece en el primer objeto?

Con el programa informático GEOGEBRA construiremos esta figura: En primer lugar recuerdan la construcción geométrica de la medida φ (FI). Le pedimos comentar sobre su cuaderno esta construcción.

Observemos que la figura se dibuja en cuadrados unidades.

	**Recordemos que** **φ verifica** $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$

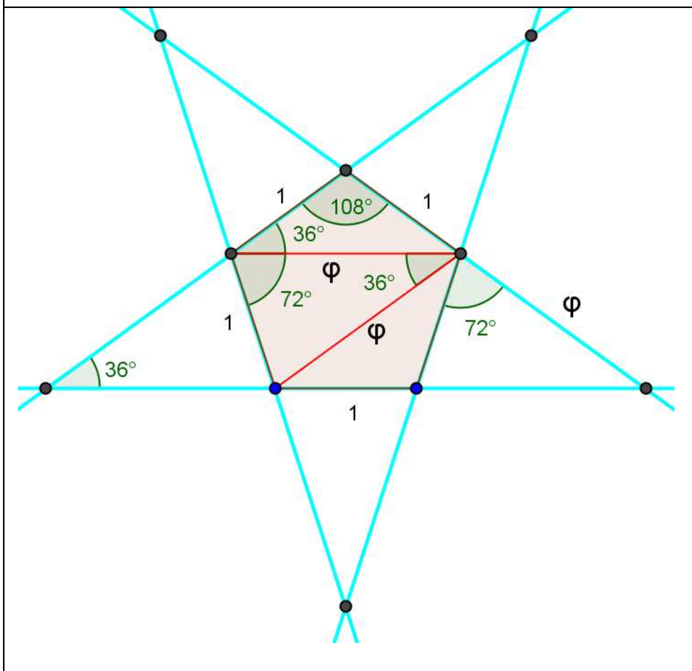
Algunos conocimientos utiles sobre los pentágonos convexos y los pentágonos estrellados



Hemos construído en la figura de la izquierda gracias a la orden: " polígono regular " un pentágono regular convexo de lado 1 así como dos de sus diagonales de medida φ. **Definimos así un triángulo de lados 1, φ, φ llamado " triángulo de oro agudo " cuyos ángulos miden:**

108°, 36°, 36°.

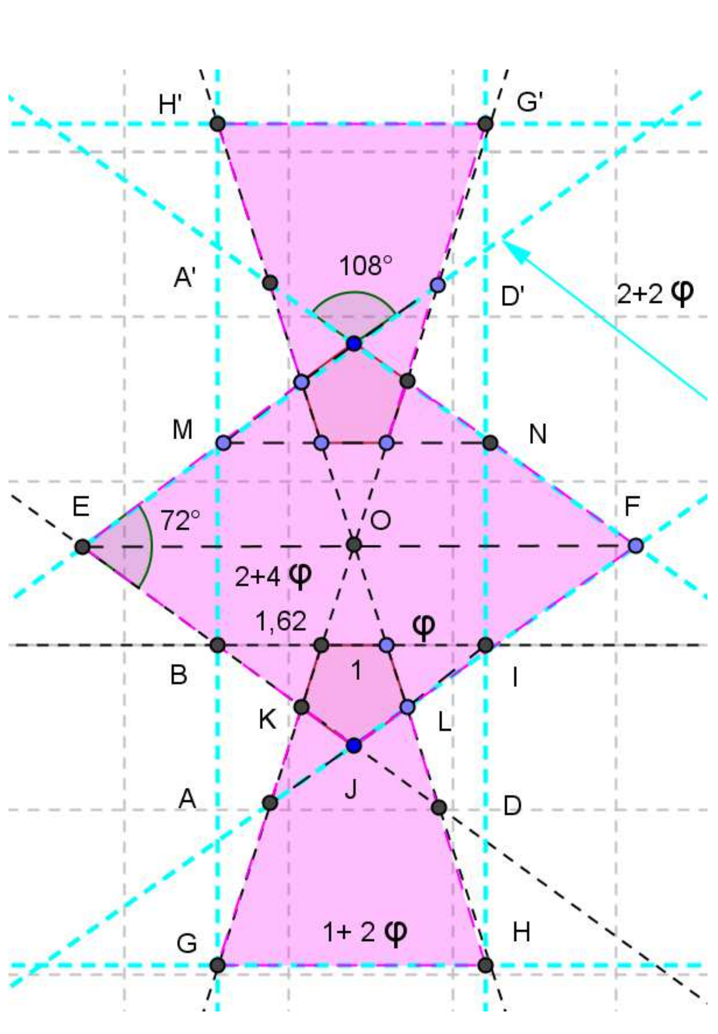
Vamos ahora, prolongando los lados del pentágono convexo, a construir un pentágono estrellado y a calcular las medidas de éste.



Por observaciones geométricas simples comprobamos que los vértices obtenidos son : Triángulos agudos de oro de lados de medida: 1, φ, φ El pentágono estrellado construido va a ser la base de nuestro estudio del pavimento de Mansuy y en particular de su "cáliz".

Sugerencias para el trazado del cáliz: gracias a la orden " polígono regular " de GEOGEBRA trazamos en primer lugar un pentágono convexo de lado de medida 1 luego el pentágono estrellado BADIO construido prolongando sus lados, sus diagonales tienen para medida 1+2φ.

Informacion importante: Hemos utilizado para este construccion las medidas usuales utizadas en los liceos cuando se comienza los estudios de los pentagonos, a saber : los lados del pentagono son de medida 1 y sus diagonales son de medida □ □las diagonales del pentagono estrellado RADIO son entonces : $1 + 2\varphi = \varphi^2 + \varphi = \varphi^3$.



Le pedimos en primer lugar calcular los ángulos de ambos tipos de triángulo AOD y BOI. Recordemos que estos dos triángulos respectivamente son llamados:

Triángulo de oro agudo y Triángulo de oro obtuso. Trazamos luego con la orden " recta perpendicular ", dos rectas perpendiculares en (BI), pasando por B e I (en verde), Prolongamos el lado [OA] y [OD] que encuentra las precedentes rectas, en G y H. Obtenemos el pie del cáliz [GH]. Prolongamos las rectas (GO) y (HO). Gracias a la orden " simetría con relación a un punto , trazamos el triángulo G' H' O elemento simétrico del triángulo GHO con relación al punto O.

Obtenemos el cuello del cáliz.

Trazamos, gracias a la orden " paralela a una recta " la recta paralela a (BI) que pasa por O (en punteado negro).Prolongamos las rectas (AI) y (DB) que encuentran la precedente recta en E y F. Trazamos la recta (ED ') elemento simétrico de la recta (ED) con relación al eje (EF), así como la recta (FA ') elemento simétrico de (FA) con relación al eje (EF).

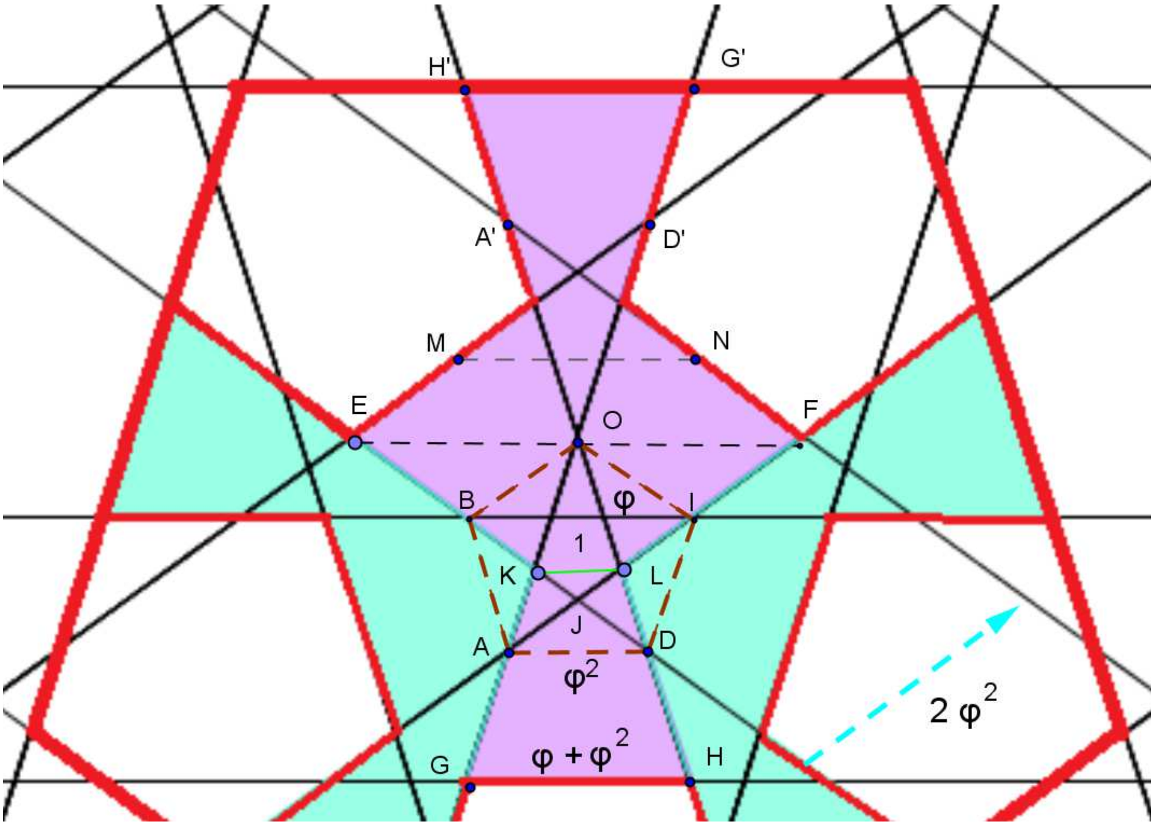
El cáliz se acaba. Nos gustaría que los alumnos propusieran SU solución y la describieran EN FORMA DE una " NARRACIÓN COMPLETA DE SU INVESTIGACION" (*).

(*) una narración de investigación, muy recomendada desde los años 2000 es el recitado por el alumno de sus elecciones de investigación, de sus errores eventuales, lecciones que aprendio, esto con el fin de desarrollar su espíritu crítico y su redacción de textos matemáticos.

Construcción de la copa

Continuaremos con la copa, utilizando eventualmente los componentes del cáliz. Con el fin de fijarse bien las ideas, reproducimos el cuadriculado que nos construyó Frédéric al cual adjuntamos nuestra construcción del cáliz con el numero de sus vértices. Utilizaremos luego este cuadriculado para construir la copa.

Observación importante: recordemos que trazamos dos rectas paralelas Verdes: (GH') et (HG') distantes de 1+2φ ou encore $\varphi^2 + \varphi = \varphi^3$.



Vamos a estudiar el aspecto matemático de estas construcciones:- El pentágono convexo BADIO tiene para medida de sus lados $1 + \varphi = \varphi^2$,

Sabemos que entonces la medida de sus diagonales es $1 + 2\varphi = \varphi^2 + \varphi = \varphi^3$.

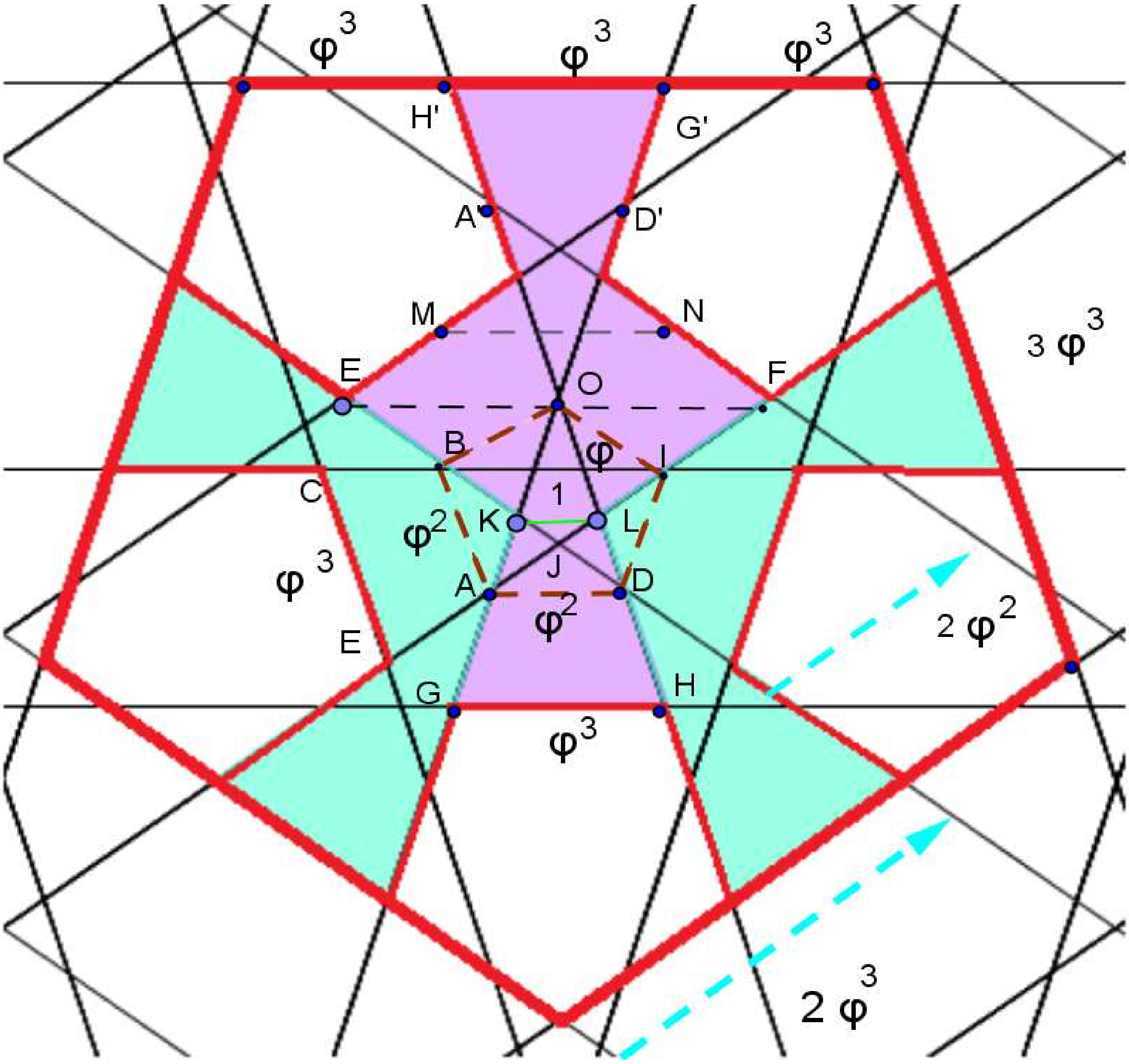
Tenemos, en consecuencia de la construcción del cáliz trazado dos derechas distantes de: $\varphi^2 + \varphi = \varphi^3$ que nos permitieron trazar por simetría central de centro O la parte alta del cáliz.

La parte ensanchada del cáliz ha sido obtenida prolongando dos diagonales del primer pentágono convexo así como sus imágenes por la simetría central.

A causa de nuestra elección de la medida φ^2 de los lados del pentágono convexo BADIO podemos deducir la medida de otras partes del cáliz que indicamos sobre la figura y que **le pedimos justificar.**

Pequeña caza al tesoro

Recordemos que, por construcción, el triángulo AOD y BOI son unos triángulos de oro.



¿ Observando la figura puede encontrarlo otros eventualmente a una escala φ^n?

El pentágono convexo de lado $3\varphi^3$ (Ver la figura precedente), centrado sobre J, en rojo sobre la figura nos permitió, observando el modelo de la página 5, construir dos copas, **en verde sobre la figura.**

Construcción de la copa utilizando la figura precedente : ¿ Observamos que a cada vértice del pentágono BADIO convexo se encuentra un triángulo de oro agudo de pequeño lado de medida : $\varphi + \varphi^2 = \varphi^3$. Hay cuatro triángulos verdes y un triángulo morado.

La copa entera es obtenida coloreando el polígono no regular AKBCE en verde. La medida de [AE] es igual a la de [OK] : $1 + \varphi = \varphi^2$ así como el de [BA]. **$KA = BK = \varphi$ y $CE = \varphi^3$.**

Bibliographia

Mansuy Frédéric : Supersymétrie d'ordre 5. En ligne : http://supersymetrie.fr/

Mansuy Frédéric : The Fibonacci Quarterly". En ligne :

https://www.fq.math.ca/Papers1/55-5/Mansuy.pdf

Rodriguez Herrera Ru ben ; Salles-Legac Danielle. Articles paragraphe « Géométrie et Relations internationales site de l'IREM de Normandie-Caen :

https://irem.unicaen.fr

Shalom Eliahou Image des mathématiques : Pavages, symétrie d'ordre 5 et suites de Fibonacci. En ligne : http://images.math.cnrs.fr/Pavages-symetrie-d-ordre-5-et-suite-de-Fibonacci-un-amateur-passionne.html

Miembros de la equipa « Geometria y Relationes internationales » y correspondantes de los REM de Francia

8 *Actividades al redeor de los pavimentos de Frédéric Mansuy por D. Salles-Legac*