

# DIE MATHEMATISCHEN GRUNDLAGEN DER MEDIZINISCHEN STATISTIK ELEMENTAR DARGESTELLT

Von  
**Dr. J. HIRSCHBERG**

## Préface

So lange es eine Heilkunde giebt, hat man die wirklichen oder vermeintlichen Erfolge der angewendeten Heilmittel aufgezeichnet. Aber umfassende ziffermässige Belege über therapeutische (und überhaupt medizinische) Erfahrungen treten erst in unserem Jahrhundert etwas häufiger auf.

Im Jahre 1835 fanden in der Akademie der Wissenschaften zu Paris lebhaftige Debatten über die Anwendbarkeit der numerischen Methode auf die Medizin statt ; im Jahre 1837 entbrannte in der Pariser Akademie der Medizin der Streit von Neuem : aber die ärztliche Welt wurde nicht überzeugt. Man wollte der Wahrscheinlichkeitsrechnung kein Bürgerrecht in der Medizin gewähren, weil man mit Wahrscheinlichkeiten keine Wissenschaft machen könne. So heisst es bei Bouillaud : "La somme de nos certitudes en matière d'étiologie, d'anatomie pathologique, de diagnostic et de thérapeutique est énorme ; que dis-je ? la médecine ne serait pas une science, mais une sorte de jeu de hasard, si elle ne roulait toute entière que sur des probabilités."

Diese Sätze, obwohl sie in seinem Essai sur la philosophie médicale stehen, sind doch wenig philosophisch ; denn, abgesehen von der reinen Mathematik, erfreuen sich unsere gesammten Kenntnisse nur eines mehr oder minder hohen Grades von Wahrscheinlichkeit<sup>1</sup>, die allerdings in einigen Wissenschaften, wie in der Physik und in der Chemie, mit der Gewissheit nahezu zusammenfällt. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung, welche auf vielen Gebieten der Naturwissenschaft geradezu unentbehrlich ist, verdient keineswegs die Geringschätzung, mit der manche Mediziner auf sie herabschauen.

"In der Astronomie und einigen Theilen der Physik hat die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung seit etwa 50 Jahren zu einer vorher ungeahnten Schärfe in der Bestimmung der Constanten so wie auch zu anderen wichtigen Entdeckungen geführt. Diese Rechnungsart dient nicht nur zur Auffindung der wahrscheinlichsten Resultate aus einer grösseren Anzahl von Beobachtungen, sondern sie lässt auch die gewonnene Sicherheit richtig beurtheilen. Sie beseitigt daher jede Willkür und lehrt die Zuverlässigkeit jedes Schrittes würdigen. In anderen Wissenschaften hat man von ihr nur ausnahmsweise Gebrauch gemacht ; und in diesen werden nicht selten noch gegenwärtig Gesetze aufgestellt, die weder in sich begründet noch durch die Erfahrung hinreichend bestätigt sind. - Aus einzelnen und zwar oft sehr unsicheren Wahrnehmungen will man allgemeine Gesetze herleiten. Oberflächliche Beobachtungen, die unter gewissen oft zweifelhaften Voraussetzungen den Zusammenhang der Erscheinungen ungefähr errathen lassen, vertreten vielfach die Stelle bewiesener Theorien." (Hagen).

Man wird leicht zugestehen, dass die letzteren Sätze auch auf die medizinische Wissenschaft passen. Gewiss wäre es von höchster Wichtigkeit, die möglichen Fehler der aus medizinischen Beobachtungsreihen abgeleiteten Resultate und somit den Grad ihrer Sicherheit kennen zu lernen ; zumal eine einfache Erwägung ergiebt, dass diese Fehler im Allgemeinen nicht unbedeutend sein werden. Ein grosser Unterschied besteht zwischen der gewöhnlichen Statistik (Demologie) und der medizinischen Statistik: bei der ersteren können die Zählungen (Beobachtungen), aus denen man Schlüsse ziehen will, vollständig beendet ; bei der letzteren nur zu einem kleinen Theile durchgeführt werden. Man kann recht gut ermitteln, wie viele Procente der Bevölkerung der ersten Lebensdekade z. Z. angehören ; man kann aber nicht auszählen, welchen Procentsatz die Mortalität der Lungenentzündung gegenwärtig bei uns hat. In der pathologischen und therapeutischen Statistik hat man stets die Schwierigkeit zu überwinden, dass aus einer ziemlich unvollständigen Induction die Gesetze zu abstrahiren sind.

---

<sup>1</sup> Presque toutes les connaissances ne sont que probables. Laplace.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung kann uns zum Theil über diese Schwierigkeit hinweghelfen ; sie kann und soll uns zeigen, 1) wie weit in der Medizin die Beobachtungen anzudehnen sind, damit die Resultate auf allgemeinere Gültigkeit Anspruch haben ; 2) welchen Grad von Genauigkeit die gewöhnlich publicirten Beobachtungsreihen besitzen. Selbstverständliche Voraussetzung der Rechnung ist die Richtigkeit der zu Grunde gelegten Einzelbeobachtungen ; man könnte zu diesem Behuf den berühmten Satz von Morgagni folgendermaassen formuliren : Non solum numerandae sed etiam perpendendae sunt observationes<sup>2</sup>. Darum wird man auch nur auf denjenigen Gebieten der Medizin, wo die Diagnose mit Sicherheit gestellt werden kann, und nur mit Beobachtungsreihen, die von competenten Forschern herrühren, den Versuch wagen, nach physicalischen Principien das Gesetz der Erscheinung einer Krankheit, ihre Mortalität und ihre Beeinflussung durch verschiedene Heilverfahren, festzustellen.

Freilich bietet der Gegenstand ganz besondere Schwierigkeiten. Schon an sich steht die statistische Methode (Massenbeobachtung) weit hinter der experimentirenden zurück. Aber wie auch der Physiker auf den Gebieten, wo er nicht mit reinen Stoffen, isolirten Erscheinungen experimentiren kann, beispielsweise in der Meteorologie, die Massenbeobachtungen zu Hilfe nehmen muss : so ist man in der Heilkunde ganz und gar auf die Massenbeobachtungen angewiesen, um Gesetze über den natürlichen Verlauf von Krankheiten und über die Wirksamkeit von Heilmitteln festzustellen ; übrigens wird sich sogar herausstellen, dass gut gruppierte Massenbeobachtungen mitunter die Rolle des Experimentes vertreten können. Ferner existiren ja keine Krankheiten, sondern nur kranke Individuen ; die Einzelfälle, denen man denselben Krankheitsnamen vindicirt, sind nicht identische Einheiten. Aber es giebt auch in der organischen Natur keine Gattungen und Arten, sondern nur differente Einzelwesen, die dann der Zoologe und Botaniker (und zwar mit vollem Recht) nach ihrer Aehnlichkeit und Verwandtschaft in grössere und kleinere Gruppen zusammenfasst. Um die medizinischen Erfahrungen zu einer Wissenschaft zu gestalten, sind wir auch genöthigt, die Einzelbeobachtungen zu gruppiren ; und dies hat man von jeher mit Vortheil gethan.

Die Widersprüche und die Verwirrung, namentlich auf therapeutischem Gebiete<sup>3</sup>, rühren zum Theil davon her, dass man zwar zählte - aber die Gesetze der Zahlen nicht genügend berücksichtigte oder nicht berücksichtigen konnte<sup>4</sup>.

Eine wirklich wissenschaftliche Begründung der medizinischen Statistik durch Wahrscheinlichkeitsrechnung wird die schmähhlichen Urtheile über Statistik aus der Welt schaffen, die man in der heutigen medizinischen Literatur so häufig zu Gesicht bekommt<sup>5</sup>.

Die principiellen Bedenken, ob man überhaupt die numerische Methode und die Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Nosologie und Therapeutik anwenden könne, hat zuerst Jacob Bernouilli (im Anfang des vorigen Jahrhunderts) kurz aber gründlich beseitigt<sup>6</sup>.

"Objiciunt primo, aliam esse rationem calculorum, aliam morborum aut mutationum aëris ; illorum numerum determinatum esse, horum indeterminatum et vagum. Ad quod respondeo, utrumque respectu cognitionis nostrae aequè poni incertum et indeterminatum ; sed quicquam in se et sua natura tale<sup>7</sup> esse, non magis a nobis posse concipi, quam concipi potest, idem simul ab

---

<sup>2</sup> Diese Prüfung, über welche allgemeine Regeln sich nicht aufstellen lassen, kann nur nach logischen Principien von Fachkundungen ausgeführt werden.

Wie man in dem seltenen Falle, dass eine fingirte Beobachtungsreihe veröffentlicht worden, mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung die Fiction darlegen kann, hat Hagen (in seiner Wahrscheinlichkeitsrechnung p. 104) an einem Beispiel auf das glänzendste nachgewiesen.

<sup>3</sup> Andral: Avec 30 ou 40 observations vous pourrez établir le diagnostic et l'anatomie pathologique d'une maladie ; mais il vous faudra plusieurs années pour arriver à un résultat satisfaisant en thérapeutique.

<sup>4</sup> So klagt der um die Einführung der numerischen Methode in die Medicin hochverdiente Bouillaud : "Je ne possède pas pour mon compte tous les éléments nécessaires."

<sup>5</sup> La statistique se rend, comme une fille publique, au premier venu. (Les Mondes). Statistics can be made to prove anything. (Edinburg Med. Journal).

<sup>6</sup> J. Bernouilli Ars conjectandi pars IV, p. 227.

<sup>7</sup> sc. indeterminatum.

Auctore naturae creatum esse et non creatum ; quaecumque enim Deus fecit, eo ipso dum fecit, etiam determinavit"<sup>8</sup>.

Im Jahre 1840 hat Gavarret †), auf Grund der Rechnungen von Poisson ††) ausführlich die hier in Betracht kommenden Verhältnisse auseinandergesetzt, - aber so wenig Beachtung bei den Medicinern gefunden, dass er gewissermaassen von Prof. A. Fick wieder entdeckt werden musste †††). Der Grund dieser Vernachlässigung liegt hauptsächlich in dem Widerwillen der Mediciner gegen mathematische Erörterungen, zum Theil aber auch wohl in der Form von Gavarret's Buch, das trotz seines bedeutenden Umfangs wesentliche Lücken enthält ; insofern erstlich die Wahrscheinlichkeitsrechnung als bekannt vorausgesetzt wird und zweitens die beiden Hauptsätze über die möglichen Fehler statistischer Beobachtungsergebnisse nicht bewiesen sondern nur aus Poisson's Werke übernommen werden<sup>9</sup>. Hierdurch ist der ganzen Darstellung der Stempel des Dogmatischen aufgedrückt ; mathematische Sätze sind uns eben nur dann einleuchtend, wenn ihre Richtigkeit uns nachgewiesen ist. Der Beweis der fraglichen Sätze ist aber keineswegs so selbstverständlich, sondern ziemlich complicirt. Wer zur Skepsis neigt, könnte die Richtigkeit der Gavarret'schen Auseinandersetzungen ebenso bezweifeln, wie die irgend einer medizinischen Hypothese z. B. der Homoeopathie.

Ich habe mich bestrebt in der folgenden Studie einen kurzen durchaus elementaren Abriss der Wahrscheinlichkeitsrechnung<sup>10</sup> mit Beispielen aus der Medizin und einen systematischen leicht verständlichen Beweis der beiden Hauptsätze der medizinischen Statistik, welchen ich Herrn Dr. Natani verdanke, zu geben, und glaube, dass der Gegenstand für das medizinische Publicum wohl beachtenswerth ist. Soll der angehende Arzt ein angehender Naturforscher sein, so muss ihm das Studium der Wahrscheinlichkeitsrechnung besonders empfohlen werden. Wenn ich auch nicht zu den Zahlen-Enthusiasten<sup>11</sup> gehöre, die von der medizinischen Statistik eine neue Aera der Therapie erwarten ; so glaube ich doch, dass nach weiterer Ausdehnung und tieferer Begründung der medizinischen Statistik der Fortschritt der Heilkunde viel stetiger sein wird.

---

<sup>8</sup> D. h. Was uns zufällig erscheint, ist nicht seiner Natur nach zufällig, sondern von Ursachen abhängig, die wir nicht kennen.

†) Principes généraux de statistique médicale Paris 1840. 8°. p. 312.

††) Recherches sur la probabilité des jugements Paris 1837. Deutsch von Schnuse (Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung v. Poisson, 1841).

†††) Medizinische Physik. II. Aufl. 1866. Anhang. Ueber Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf mediz. Statistik.

Oesterlen (in seinem so bekannten Handbuch der mediz. Statistik 1865) giebt nur einleitungsweise eine kurze Notiz über Gavarret's Sätze.

<sup>9</sup> Den Beweis will Gavarret angeblich in einer Note nachholen, welche die Ueberschrift führt : Démonstration des principes énoncés dans l'Article 11.

Im Laufe dieser Note heisst es aber : M. Poisson a démontré dans une suite de calculs, dont il serait au moins inutile (?) de rapporter ici les détails ...

Consultirt man nun das Werk von Poisson, - so findet man über 100 Seiten ziemlich complicirter Integralrechnungen, die gänzlich ausser dem Bereiche der meisten Aerzte liegen. Vergl. die Bearb. von Schnuse p. 138-278.

<sup>10</sup> Wenn ich, statt auf die bekannten (wiewohl nur von wenigen Medicinern studirt!) Bücher von Laplace, Lacroix, Hagen u. A. zu verweisen, die Hauptsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung kurz und leicht verstandlich dargelegt habe, so geschah dies lediglich, um denjenigen Medicinern, die sich mit Statistik beschäftigen wollen, aber nur geringe mathematische Kenntnisse besitzen, Zeit und Mühe zu ersparen. Jene Mathematische Disciplin zu fördern lag weder in meiner Absicht noch in meinem Vermögen. Ich wäre zufrieden, wenn mein Büchlein etwas dazu beitrüge, in der medizinischen Welt die Wahrscheinlichkeitsrechnung bekannter zu machen.

<sup>11</sup> Jatromathematiker hat es zu den verschiedensten Zeitepochen gegeben. So gewiss die Mathematik uns kein neues Heilmittel gegen eine Krankheit ausrechnen kann ; so gewiss kann sie uns den Weg zeigen, um zur richtigen Würdigung der schon angewendeten Mittel zu gelangen ; und da die Materia medica ziemlich ausgedehnt ist, fast so sehr wie die drei Naturreiche, und man so ziemlich Alles gegen. Alles angewendet hat ; so dürfte z. Z. die Kritik ebenso wichtig wie die Heuresis sein.