# LES EQUATIONS A PARTIR DE VIETE ET WALLIS

Odette DEPAIX (IREM de NANCY).

## ZETETIQVE XIV.

*Faire que Aq moins G plan soit egal à vn quarré, lequel soit plus petit que DA & plus grand que BA.*

Soit supposé le quarré de A — F, donc Aq — 2FA + Fq sera egal à Aq — Gp, & par consequent $\frac{Fq + Gq}{2F}$ egal à A : mais pour autant que Aq — Gp est moindre que DA, aussi Aq sera moindre que DA + Gp. Derechef Aq — DA sera moindre que Gp ; & partant A sera faict moindre $\sqrt{\left(\frac{1}{4} Dq + Gp\right)} + \frac{1}{2} D$. or soit posé S, estre egal à $\sqrt{\left(\frac{1}{4} Dq + Gp\right)} + \frac{1}{4} D$. ou moindre selon les conditions suiuantes, donc A, sera moindre que S. au contraire, pour autant que Aq — Gp, est plus grand que BA, Aq est plus grand BA + Gp ; c'est pourquoy A est plus grand que $\sqrt{\left(\frac{1}{4} Bq + Gp\right)} + \frac{1}{2} B$. & soit posé R, estre egal ou plus grand que $\sqrt{\left(\frac{1}{4} Bq + Gp\right)} + \frac{1}{2} B$. moindre neantmoings que S, donc A sera plus grand que R, & sera constitué en-

# Les équations à partir de Viète et Wallis.

par Odette Depaix (Nancy)

Secrétaire: Marie-Claude Werquin (Paris-Nord)

L'I.R.E.M. de Nancy a tenté durant l'année 1976-1977 une expérience d'utilisation de l'histoire des mathématiques dans la formation d'enseignants. Le travail s'est fait en trois groupes dest'nés à des professeurs de premier cycle, essentiellement des P.E.G.C. Les séances avaient lieu dans des villes différentes, mais les animateurs se réunissaient régulièrement.
Le thème de l'année, équations algèbriques, a été choisi en fonction des programes.
Dans la mesure du possible, les animateurs on systématiquement utilisé des problèmes classiques et des textes originaux. Il est souvent difficile de se procurer des documents, les mathématiciens n'ont aucune formation d'archivistes. Surtout, il se pose fréquemment des problèmes de traduction.
Les buts de l'expérience étaient divers :

- Retrouver l'origine de raisonnements que l'on fait encore actuellement dans les classes.
- Donner (ou redonner) aux enseignants l'habitude de lire des livres (ou des documents I.R.E.M.)
- Résoudre des problèmes.
- Chercher si les grosses difficultés des élèves coïncident avec les difficultés historiques qui ont longtemps arrêté les mathématiciens.

A la première séance, Mme Depaix est arrivée avec un stock de problèmes. Après un bref laius historique, le groupe s'est lancé avec ardeur dans la résolution de problèmes classiques du premier degré, de quelques problèmes ouverts, de quelques problèmes de Diophante.

La deuxième séance a été consacrée à l'étude du papyrus Rind (ex Brunschwig: Philosophie mathématique). Le texte sumérien était le suivant:
" Tu additionne l'aire et le côté d'un champ carré, tu trouve 45mn. Quel est le côté du champ? (i.e. $x^2 + x = 3/4$) . La solution est donnée sur le papyrus, non par un algorithme mais par une recette, valable seulement avec les valeurs numériques données. Des professeurs de maths du XX$^{ème}$ siècle en sont tout déconcertés.
Ensuite le groupe a étudié des problèmes du premier degré de Diophante, tirés de l' Histoire des Mathématiques de Montucla. Montucla donne les énoncés (sans solution) en latin; ils ont été traduits par une classe d'un C.E.S. avec la collaboration du professeur de latin, puis résolus avec le professeur de maths. Les élèves ont été enchantés d'avoir à traduire autre chose que les éternels exploits guerriers de Jules César.
En ce qui concerne l'équation du second degré, l'interprétation géomètrique a été violemment refusée. Pour des enseignants ayant une formation récente, une solution géomètrique "à la règle et au compas" n'est pas une démonstration.
Pour l'équation du troisième degré, il y a eu de gros ennuis avec les nombres complexes et les racines cubiques. Par exemple $(a + i\ b)^{1/3}$ est considéré comme une réponse satisfaisante. Pour les complexes, Mme Depaix a utilisé un cours de l'Ecole Polytechnique, datant d'environ 1800,c'est à dire d'une époque où l'interprétation géomètrique n'existe pas encore.
Le groupe a ensuite étudié un texte de Wallis "On imaginary numbers" ( tiré de : Source book in mathematics. D.E. Smith. Dover Publication Inc.) Le texte (9 pages) a été traduit de l'anglais par un des P.E.G.C. Il porte sur une construction géomètrique des nombres complexes. Les stagiaires ont très vite perdu toute révérence envers les grands mathématiciens et ont fait preuve dans les commentaires qu'ils ont rédigés d'une sévèrité pour le moins excessive: Wallis n'a pas vu que...; il est d'autant plus inexcusable que...;il est domage que Wallis n'aît pas essayé de préciser ....
Mais ce n'est rien à côté de ce qui attend Viète! Les stagiaires sont ensuite passés à deux textes de Viète. Le premier est la résolution d'un

problème simple: trouver deux nombres dont on connait la différence et le produit (Premier livre des Zètétiques, traduction de Durival 1664). Le second (Quatrième livre des Zètétiques, traduction de Durival 1664) porte sur le problème des vins de Diophante. Ils ont été complètement déroutés, non seulement par le langage du XVII$^{ème}$ siècle, mais surtout par le style. En effet, l'écriture de Viète est très proche de l'expression orale: on dit ce genre de chose, mais on ne l'écrit pas. Ils ont enfin "noté" le texte de Viète comme une copie d'élève. Alors là!... On trouve en marge: Très mal posé! Données? Inconnues? Paramètre de discussion? Faute d'écriture etc...

Suivant une suggestion des animateurs, les stagiaires ont essayé de déterminer ce qu'est une équation. Il semble qu'une équation, ce soit un algorithme à suivre. Même les solutions évidentes sont souvent recalculées suivant la technique officielle. Le tatonnement est en général refusé.

A ce moment, la discussion est devenue générale et la secrétaire de séance a renoncé à prendre des notes. Il surnage encore une bibliographie:
Le groupe d'histoire des maths de l'I.R.E.M. de Dijon bénificie de la richesse de la bibliothèque municipale d'Auxerre et de celle du lycée;
Deux publications:

"égale zéro" Aperçu historique de la notion d'équation.

Huyghens "Traité de la lumière"

Sur Cardan, cf Documents et Recherche. Heuristique et Méthodologie. chez Hatier
Sur le calcul de la racine cubique, l'I.R.E.M. de Rouen a indiqué un texte de Stevin : Second livre d'arithmètique. Opérations p.25-32 . Il a été obtenu comme beaucoup d'autres en demandant par correspondanceune photocopie à la bibliothèque de l'I.H.P. qui a un fond important de textes anciens.

QUELQUES TEXTES DE VIÈTE ET WALLIS POUR ILLUSTRER UNE ETUDE SUR LES EQUATIONS.

Durant l'année scolaire 76-77 un groupe de professeurs de permier cycle de l'enseignement secondaire s'est intéressé au développement chronologique de la notion d'équation. Cette étude avait pour objectifs essentiels :

- la recherche de modes de raisonnement les plus variés possibles
- un moyen d'analyser les difficultés rencontrées par les élèves, d'une part parce qu'elles sont en relation étroite avec celles, d'ordre historique rencontrées dans la construction des mathématiques mais aussi parce qu'une partie du travail personnel demandé aux professeurs du groupe (résolution d'exercices, lecture de textes anciens) leur a imposé le même type d'activité intellectuelle que celle qu'ils exigent de leurs élèves.
- et accessoirement la transmission aux jeunes enseignants d'une certaine culture classique.

Pour illustrer cette étude il fallait donc trouver - en dehors des textes de reflexion "à lire" - des extraits de livres anciens, simples, courts, faciles à dégager de leur contexte, proposant un exercice à résoudre et si possible peu connus. Nous désirions avant tout, ne pas nous laisser influencer par des commentaires savants mais officiels et préserver notre liberté de jugement quitte à nous tromper et à interpréter différemment l'intention de l'auteur suivant que le problème était étudié isolé de tout - ou réintégré dans son contexte. Aussi nos commentaires (actuels) des textes étudiés restent-ils provisoires et sujets à caution.

Pour trouver de tels textes nous avons utilisé d'abord les "Source Book" de Smith ,
dont nous avons lu quelques textes. Nous nous sommes plus particulièrement attachés à l'extrait : "à propos des nombres imaginaires" de Wallis qu'un professeur a traduit en français que nous avons discuté et dont quelques collègues ont tiré des exercices pour la classe. Le texte présente une première interprétation géométrique ingénieuse mais discutable des nombres complexes (un résumé de cette interprétation est parue dans le bulletin AMO du Canada Volume XVII n° 1 p 11). Mieux qu'un texte définitif il permet de découvrir sur un exemple simple la genèse d'une découverte

mathématique, avec toute l'imagination qu'elle exige mais aussi la théorie incomplète et tout le travail de mise au point restait à faire.

Les autres textes utilisés proviennent d'une traduction en français de l'oeuvre de Viete par Durival.

Le premier texte tiré du premier livre des zététiques très clairement exposé est particulièrement simple puisqu'il s'agit de trouver deux segments connaissant leur différence et leur quotient. Néanmoins au premier abord il a rebuté plusieurs professeurs qui ont ensuite découvert combien un langage inhabituel est inhibant pour la compréhension.

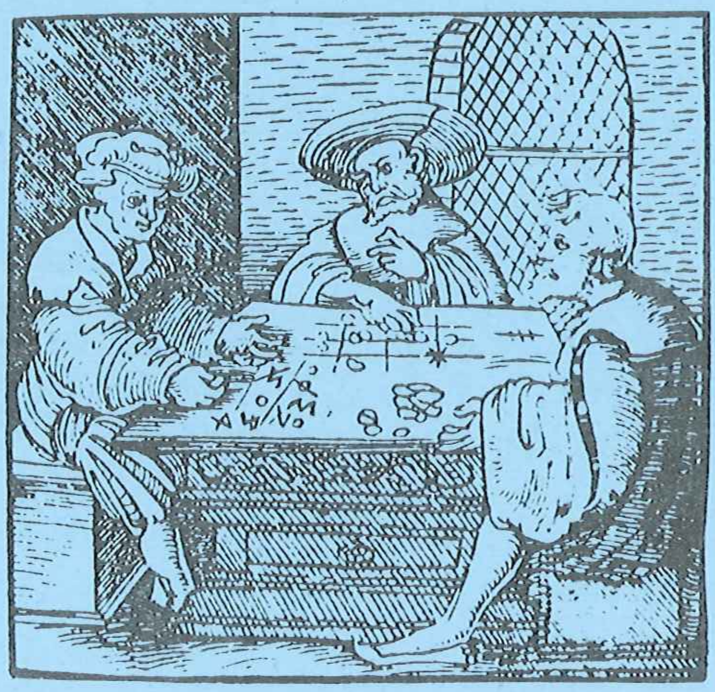
Le deuxième texte tiré du 4ème livre des zététiques est le commentaire par Viète d'un ancien problème très connu et que nous avions étudié précédemment dans le groupe à propos d'équations diophantiennes; L'étude de la discussion de Viete, non formalisée mais très rigoureuse a mis en évidence les difficultés relatives aux notions d'inégalités, valeurs approchées, majorants et minorants...

Enfin le dernier texte tiré de l'algèbre et effections géometriques propose la résolution par approximations successives de certaines équations du second degré. (C'est une extension de la méthode d'extraction des racines carrées). On y trouve un effort de présentation en tableau des résultats, une analyse de la méthode utilisée qui tient plus de la description de l'algorithme que de sa justification et un début de discussion et de généralisation de la méthode (tout en trouvant l'exposé de Viete peu "mathématique", les professeurs du groupe n'ont toujours pas réussi à en rédiger un autre qui les satisfasse !).

Cet ensemble très restreint de textes a néanmoins été la source de beaucoup de travail. Ce fut même parait-il dans certains CES l'occasion d'une collaboration interdiciplinaire fructueuse ! Mais la recherche de textes aussi simples n'est pas facile. Le hasard en l'occurence une bibliothèque riche de traductions des textes algébriques de Viete- y a joué un rôle important et à l'occasion de cette recherche on se prend à rêver de documentation IREM riche et facile à consulter !

# L'HISTOIRE DES MATHS DANS LA FORMATION DES MAITRES

Groupe de travail animé par Maurice GLAYMANN ( IREM de LYON ).



# COMPTE-RENDU DU TRAVAIL DU GROUPE

## HISTOIRE DES MATHS DANS LA FORMATION DES MAITRES

Nous préférons ce titre à celui prévu, en reconnaissant une spécificité à l'histoire des maths dans l'histoire des Sciences.

Une collègue de philo participe aux débats.

Voir le texte de Rais : "il s'agit d'histoire des maths" dans le poly-Tailleville ; nous essayons de répondre à ses questions.

## POURQUOI PARLER D'HISTOIRE DES MATHS ?

La science mathématique est une création humaine ; il a existé et il existe des mathématiciens ; certaines branches des maths ont disparu complètement puis ont eu un regain nouveau grâce à de nouveaux outils.

Or dans l'enseignement actuel (pas seulement en maths) on note une tendance à l'évacuation de l'histoire.

Alors qu'en physique la correspondance entre le développement de la technologie et l'évolution de la science n'échappe pas à la plupart des élèves, en maths, "il ne se passe rien" (et la presse n'intervient pas contre cette affirmation du grand public).

Quels exemples de pratique de l'enseignement de l'histoire dans l'enseignement supérieur connaissent les participants ?

- → Sous le ministère Fouchet, une histoire des maths à la fac, mais "barbant !"
- → Interessant : des documents publiés par Godement qui faisaient référence à des faits d'actualité ; soit polémiques, soit philosophiques, soit historiques.
- → A Nancy un certificat intédpendant du CAPES : des "conférences sur l'histoire des maths" perçues par les étudiants comme "plaquées", "à côté" de l'enseignement des maths
- → A Paris VI Dugac sur continuité uniforme
- → A Paris VII Verley sur variables complexes.

→ la collègue de philo signale que l'institut de l'histoire des sciences (13 rue du Fourg 2ème étage à Paris) contient dans sa bibiothèque de véritables richesses.

→ Une remarque : dans le bulletin APM, 3 articles en 5 ans sur l'histoire des maths... pour s'intéresser à quelque chose il faut y avoir goûté !

→ il serait intéressant d'effectuer des enquêtes auprès de mathématiciens (vivants de préférence) : comment "fabriquent"-ils la mathématique ? à condition d'aller plus loins que le niveau "travaillez-vous après diner ?" (référence à une telle enquête aux environs de 1900)

## L'HISTOIRE DES MATHS, POUR QUOI FAIRE ?

Outre que la réponse à la question (toujours ouverte) : "un obstacle épistémologique correspond-il à obstacle didactique ?" pourrait en partie montrer la nécessité pour l'enseignant de connaître l'histoire des maths, nous voyons les objectifs suivants :

→ l'analyse à travers l'histoire des maths de l'évolution de la notion de rigueur

le public pense à tort, sans connaissance d'histoire que les maths constituent un domaine fini, achevé

→ apporter à la littérature mathématique actuelle la dimension qui lui manque totalement de création humaine : montrer l'évolution (entre autres par la recherche d'outils), relier les théories à leur contexte historique.

## L'HISTOIRE DES MATHS PEUT-ELLE AVOIR UNE VERTU PEDAGOGIQUE ?

Voici les vertus essentielles qu'en attendent les participants :

→ apporter une sécurité aux élèves en leur montrant les tatonnements les errements historiques.

→ plusieurs collègues (un autre pas d'accord du tout) insistent sur le fait qu'ils espèrent, grâce à un enseignement de l'histoire des maths dans la formation des maîtres, un changement de comportement du "prof de maths" vis à vis de l'élève : actuellement, il ne tolère pas l'échec et se réfère à des canons étroits de rédaction ; la correction qu'il donne d'un problème est toujours la plus léchée, mais pas nécessairement celle q'uil a trouvée la première ! (pourquoi des élèves trouvent-ils en "club" de maths, là où le maître intervient moins en redresseur de torts, des exercices qu'ils ne trouvent pas en "cours" de maths ?) il devrait pouvoir donner le goût de l'invention à ses élèves.

→ pouvoir répondre aux demandes de certains élèves :
Comment a-t-on eu l'idée d'inventer çà ? Pourquoi ? Quand ?
(ex : comment a-t-on calculé les nombres de la table de log ?)

→ et à cette occasion leur faire repenser historiquement certains problèmes amenant l'élaboration d'outils.
(par ex : voir une page de calcul de LEVERRIER : avant de se lancer, il élaborait une théorie qui lui permettait de minimiser ses calculs).

COMMENT LES PARTICIPANTS VOIENT-ILS CETTE FORMATION DES MAITRES ?

Au début, la discussion tourne plutôt autour des thèmes :
- comment actuellement apporter à nos élèves du 2e degré une teinte historique ?On signale l'expérience intéressante d'interdisciplinarité de Descartomania.

- comment concilier cet apport intéressant avec le carcan de "nos" programmes, "nos" examens ,"nos" coefficients.
Quelques réalistes précisent qu'on n'envisage pas l'AVENIR dans la perspective de la réforme Haby !

RE-QUESTION : MAIS AU NIVEAU DE LA FORMATION DES MAITRES ?

→ ne pas introduire une nouvelle discipline qui serait l'enseignement des maths.
→ envisager des projets communs (philo-maths-histoire ...) par exemple pendant l'année de CPR ou dans des groupes d'IREM.
→ attention : danger du plaquage d'une discipline sur une autre.
→ pas si on pense "équipeé qui élabore un langage commun.
→ Cette interdisciplinarité réclamée pourrait concrètement se réaliser dans la formation des maîtres dans l'étude en commun par des étudiants de disciplines différentes d'un même thème. Comme tous seraient à la même étape de leur formation, ils n'attendraient pas un "apport" théorique des autres.
→ Veiller à maintenir la valeur scientifique de la formation
EN TOUT CAS UNE PREMIERE ETAPE A ATTEINDRE :

DONNER L'IDEE AUX MAITRES QU'IL EXISTE UNE HISTOIRE DES MATHS.

En résumé, beaucoup d'idées à collecter (d'exemples où l'apport de l'histoire des maths est fructueuse) pour faire murir notre projet.

---

P.S. Trouvé sur une table, le "texte libre" suivant :

par le fleuve écoulé du sein de notre mère
glissant nous allons vers l'immuable mort
la mort qui le fit rond ce sein plein de chaleur
et l'accrocha non loin de cette aisselle noire.

(anonyme)

## IL S'AGIT D'HISTOIRE DES MATHEMATIQUES

M.RAIS (Poitiers)

La première question qu'on peut se poser est la suivante : Qu'est-ce que l'Histoire des Mathématiques ? Et en fait, il me semble qu'on ne peut avoir une réponse unique à cette question si on ne tente pas en même temps de répondre à celle-ci : Pourquoi faire ? Admettons que l'Histoire des Mathématiques soit une sorte d'index qui attribue avec exactitude les théorèmes à leurs auteurs et qui attribue à ces résultats une date précise. (C'est ainsi que nous apprenions l'Histoire à l'école primaire ou au lycée).

Que peut-on faire d'une telle Histoire ? Une seule réponse : mettre dans nos cours des dates et des noms d'auteurs partout où cela est possible.
Exemple 1 : Dans le livre de Lesieur et Lefèvre de MPC, au début du chapitre 4 (Dérivées et Différentielles, tome II) on lit : Ce sont les besoins de la mécanique... GALILEE (1564 - 1642) ,... maxima et minima DESCARTES (1596 - 1650), FERMAT (1601-1665) ,...
NEWTON (1642 - 1727) et LEIBNITZ (1646 - 1716)...
Exemple 2 - Exercice : Combien y-a-t-il de dates dans le cours de premier cycle de DIXMIER ?
Pourquoi le théorème 05.11.1 s'appelle-t-il d'ALEMBERT-GAUSS ?
Pourquoi le théorème 14. 3.4 s'appelle-t-il de BOLZANO-WEIERSTRASS ?
Toujours dans DIXMIER, est-ce qu'ils se sont bagarrés ?

Il est bien évident que ceci n'a rien de bien exaltant. Alors, on se dit qu'on va avancer d'un pas et dire que l'Histoire des Mathématiques ne peut se contenter d'être chronologique au sens le plus élémentaire et qu'elle doit aussi décrire des mouvements amples et continus, bien sûr le mouvement des idées, la naissance des notions et concepts etc... On pense bien sûr aux notices historiques de Bourbaki. D'où vient alors que la lecture de ces notices ne (me) procure aucune satisfaction ? J'ai envie de dire que ces notices ont deux défauts : Le premier est d'être reléguées en fin de texte (elles sont donc superflues et ne sont pas envisagées comme partie intégrante d'un texte où on lit et apprend des mathématiques). Le deuxième est d'être trop abstraites, on a l'impression qu'elles concernent les Mathématiques et pas du tout les Mathématiciens qui ont créé ou transmis les Mathématiques.

Bien sûr, on répondra à ce dernier reproche en disant que ce serait trop long de faire autrement mais cette réponse amène aussitôt la rispote suivante : Je voudrais sans me soucier pour le moment d'aucune contrainte un texte d'Histoire des Mathématiques qui m'intéresse, qui me retienne, qui me fasse comprendre les Mathématiques sous la forme chapitre I, théorème, définition, corollaire etc...

Autrement dit, je voudrais des textes d'Histoire qui soient des outils pédagogiques. On est ainsi amené à se poser la question suivante : l'Histoire des Mathématiques peut-elle avoir une utilité pédagogique ? La question se pose à tout niveau d'enseignement, et il me semble qu'il n'est peut-être pas raisonnable de hurler oui uniquement parce que cela semble évident. En tout cas, si la réponse est oui, d'où vient que nos professeurs, nous-mêmes, les auteurs de manuels font comme si cette question n'a jamais été posée ? Avant de répondre à cette question, on a le droit de contester le bien-fondé de cette question. Autrement dit, peut-être que c'est par ignorance que j'affirme que nos Professeurs... font comme si... etc ?

Alors, il me semble qu'il faut d'abord se renseigner et collecter partout où cela est possible des éléments de réponse : Quels sont les textes d'Histoire des Maths ? Quels sont ceux qui ont des préoccupations pédagogiques ? Ont-ils été testés dans l'enseignement, etc... Existe-il des textes mathématiques (idéaux) où se trouvent enseigné un programme de mathématiques au sens classique du mot et où se trouvent en même temps harmonieusement mélangés au reste des éléments d'Histoire des idées, d'Histoire des individus ?

Je connais deux exemples qu'on ne peut écarter de cette catégorie avant d'y avoir bien regardé : Au niveau 1er cycle le livre de OTTO TOEPLITZ intitulé "The Calculus, A Genetic Approach", the University of Chicago Press, 1963) Je me contenterai sans le juger définitivement de renvoyer par hasard au paragraphe 22, dont le titre est NAPIER. (un titre de paragraphe qui est le nom d'un homme !) on y trouve des choses intéressantes sur les tables de logarithmes, sur les malheurs d'un nommé BÜRGI qui avait calculé des tables peut être avant NAPIER, qui malgré les objurgations de KEPLER qui en avait besoin, refusa de les publier pour ne pas révéler son secret prématurément et se retrouva le bec dans l'eau après la publication de NAPIER... L'autre exemple est d'un niveau supérieur : Il s'agit de LEBESGUE's Theory of Integration its Origin and Development, par T. HAWKINS, (The University J. Winsconsin Press, 1970). Si on ouvre au hasard ce livre (mon hasard donne page 46) on trouve deux pages sur les fonctions continues sans dérivée, avec les noms de DARBOUX, DUBOIS-REYMOND, WEIERSTRASS, SCHWARZ, DINI, RIEMANN etc...

Ma question est la suivante : est-ce qu'un étudiant moyen peut lire ce livre ; et après l'avoir lu, a-t-il le niveau des étudiants ayant suivi un cours classique sur l'Intégrale de LEBESGUE, autrement dit ; sera-t-il reçu à l'examen ? J'ignore la réponse.

Il me semble qu'il faut donc attirer l'attention des gens sur la question : est-il possible de créer de tels textes mathématiques idéaux ? Peut-on en faire usage dans notre enseignement tel qu'il est ? Ou bien après tout comment modifier notre enseignement pour l'adapter à un usage de tels textes (je pense par exemple au fait qu'un cours d'intégration fait sur le modèle du livre de HAWKINS doit être fait par une seule personne, Cours et TD mélangés ?)

Bien entendu il ne faut pas craindre de poser les mêmes questions pour l'enseignement dans le secondaire mais là encore je suis tout à fait ignorant. D'une façon pratique, on peut essayer de considérer le programme d'une maîtrise ès - Sciences mathématiques et de se poser la question à propos de chaque certificat ou U.V. en faisant partie. Pour l'Intégration, ce pourrait être LEBESGUE qui est l'homme central et peut être HAWKINS a-t-il déjà fait le travail que nous demandons. Pour les fonctions de variables complexes, peut-être faut-il étudier la vie de RIEMANN et celle de WEIERSTRASS, pour l'analyse fonctionnelle élémentaire HILBERT et BANACH (?) etc...

Je suggère donc qu'il soit effectué une enquête (et) ou une réunion pour discuter de ces questions. On peut essayer d'en faire une liste qui regroupe celles plus ou moins fumeuses que j'ai posées ci-dessus :

1 - Qu'est-ce que l'Histoire des Mathématiques ?

2 - L'Histoire des Mathématiques pour quoi faire ?

3 - l'Histoire des Mathématiques ou de la Science peut-elle avoir une vertu pédagogique ? Si oui, sous quelle forme ?

4 - Faut-il enseigner un certificat d'Histoire des Mathématiques aux étudiants en Mathématiques ?

5 - Faut-il plutôt tenter dans chaque certificat de mélanger le texte mathématique traditionnel avec un texte parlant des mathématiciens de leur environnement géographique et historique, de l'évolution des idées etc..., de leurs bagarres, de leurs inimitiés politiques etc... ?

6 - Connaissez-vous des exemples de textes idéaux au sens décrit dans la question précédente qu'on peut recommander aux étudiants ou aux enseignants ?

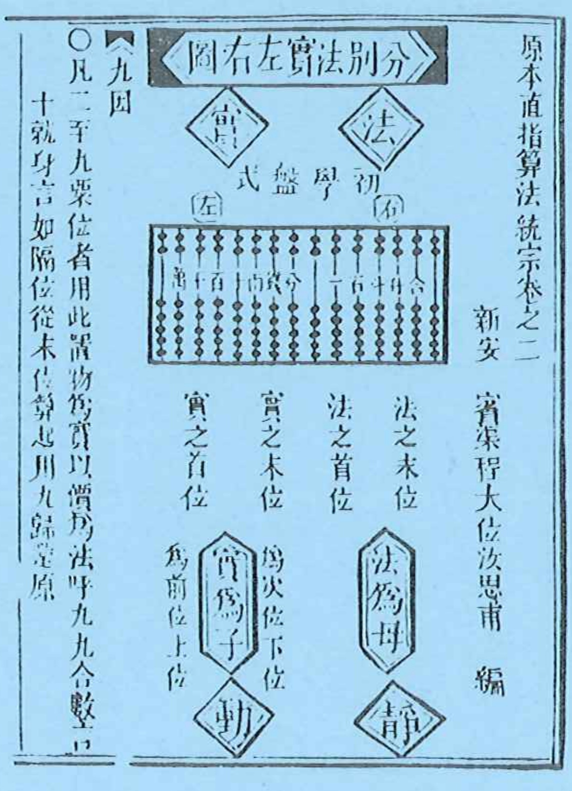
7 - Peut-on en faire usage dans notre enseignement tel qu'il est, ou faut-il modifier notre manière d'enseigner ?

8 - L'I.R.E.M. de POITIERS met au "concours" l'élaboration d'un tel texte idéal ayant pour sujet : "les nombres réels en première année de premier cycle des Universités" ou (en terminale) ou bien "le calcul des fractions en 5è ou 4è...)

(le premier prix recevra une certaine fraction de son poids en fromage de chèvre + un chien offert par WALLET).

# LE GROUPE INTER-IREM

# HISTOIRE ET EPISTEMOLOGIE



## PRESENTATION DU GROUPE INTER-IREM Histoire et Epistémologie AU COLLOQUE DE CAEN (11 juin 1977)

Présents dans ce groupe de travail :

Desq(Toulouse) Lefort(Nantes) Pourprix(Lille) De Gandt(Paris) Bécue,Delon(Paris-Nord) Houdebine(Rennes) LeRest Evelyne - Michel(Rouen) Depaix(Nancy) Bonnefoy, Rochaud, Malet (Lyon) Régnier(Dijon) Wallet,Borowczyk(Poitiers)

Borowczyck décrit la vie du groupe Inter-IREM: d'histoire et Epistémologie des maths. C'est une structure légère de rencontre entre les participants à des groupes de travail sur l'histoire et l'épistémologie des mathématiques. Ce groupe prend en charge la diffusion et la reproduction de divers documents. Le bilan de tous ces documents est donné à la fin de la bibliographie en annexe I. Ces documents sont donc en principe disponibles dans tous les IREM.
Diverses critiques sont faites au sujet des documents diffusés : le traité des fluxions, par exemple, est incomplet et les manques ne sont pas indiqués ; L'IREM reproduisant le document devrait être signalé ; il faudrait soigner plus ces publications et si possible faire un sommaire. Les réunions du groupe inter-IREM d'épistémologie permettent aussi l'échange de divers renseignements : ouvrages parus qui ont été lu par des participants ; compte-rendus de lectures diverses ; ouvrages à paraître ; vie des groupes dans les divers IREM ; recensement de livres intérêt historique dans les lycées anciens ... etc...etc...
Le groupe tente également d'établir une bibliographie thématique (voir annexe I)
D'autre part des invités viennent exposer divers sujets : par exemple Houzel (sur Analysis infinitorum d'Euler) - Raymond Brousseau - Les obstacles épistémologiques et didactiques ...etc
Il n'existe cependant pas de plan d'ensemble. On répond au fur et à mesure aux demandes. Un tel mode de fonctionnement est critiqué par Bécue comme étant subjectif donc antidémocratique. Autre reproche formulé par Houdebine : il faut briser notre isolement et essayer de toucher de "prof moyen". Wallet (Poitiers) regrette la pré-dominance d'une tendance philosophique et souhaiterait entendre s'exprimer d'autre conceptions ou styles. Des noms comme Bouveresse, Desanti, De Rouilhan, sont cités.....

Le groupe inter-IREM étant conscient des faiblesses de la liste bibliographique (Annexe I) proposée tente de mettre au point une "grille d'analyse sommaire d'un document". La suite de la réunion est une critique de la grille proposée par J.L Ovaert (voir Annexe II). Deux exemples d'applications sont donnés.
L'un rédigé par Michel Evelyne Lerést (Rouen) sur le livre d'histoire de Kline (voir Annexe III) , l'autre par Bernard Vittori (Lille) sur le traité des Coniques d'Apollonius(voir Annexe IV)
A propos de la division objectif /subjectif on suggère de considérer les renseignements objectifs comme étant techniques. Certains pensent que pour la partie I (identification et nature du texte) on pourrait choisir les normes classiques utilisées par les bibliothécaires. On oonstate également que cette partie est incomplète : il faut rajouter un $I_4$' pour dire si les notations utilisées par l'auteur sont originales ou si étant retranscrites en "langue moderne" l'auteur fournit un "dictionnaire"(c'est le principal défaut reproché au livre de Kline par De Gandt). Michel et Evelyne Le Rest nous indiquent ensuite qu'il est assez contraignant de suivre le découpage proposé dans la "partie subjective" Bernard Vittori a, dans sa rédaction groupé les parties II et IV sous la même rubrique : intérêt du texte. Marie Claire Bécue nous signale également qu'on peut se procurer Le bulletin signalétique Histoire des Sciences et des Techniques en s'abonnant au CNRS.

Le secrétaire de séance : BONNEFOY.G

*ASSEMBLEE des DIRECTEURS d'I.R.E.M.* *20 Novembre 1975*

*Groupe Inter-IREM d'épistémologie*

## *BIBLIOGRAPHIE*


### *SUR L'HISTOIRE DES SCIENCES*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *N. BOURBAKI* | *Eléments d'histoire des mathématiques 1974 nouvelle édition corrigée et augmentée - 384 pages - 42 F* | *1969* | *HERMANN* |
| *C. BOYER* | *The history of the calculus and its conceptual development* | | *DOVER NEW-YORK* |
| *BIRKHOFF* | *A source book in classical analysis 158 F* | | *HARVARD* |
| *P. RAYMOND* | *L'histoire et les sciences 96 pages - 10 F* | | *MASPERO* |
| *P. RAYMOND* | *De la combinatoire aux probabilités 1975 - 175 pages - 20 F* | | *MASPERO* |
| *A. BADIOU* | *Le concept de modèle* | | *MASPERO* |
| *M. FICHANT*<br>*M. PECHEUX* | *Sur l'histoire des Sciences - 15 F* | | *MASPERO* |
| *J. ITARD* | *Les livres arithmétiques d'Euclide* | | *HERMANN* |
| *J. Cl. PONT* | *La topologie algèbrique des origines jusqu'à POINCARE - 197 pages - 48 F* | | *P.U.F.* |
| *E. DICKSON* | *History of the theory of numbers 3 volumes* | | *CHELSEA* |

### *SUR L'EPISTEMOLOGIE DES MATHEMATIQUES*

| | | |
|---|---|---|
| *DESCARTES* | *Les règles pour la direction de pensée* | |
| *DESANTI* | *La philosophie silencieuse ou critique de la philosophie des sciences* | *LE SEUIL* |
| *DESANTI* | *Une crise de développement exemplaire : la découverte des nombres irrationnels - (dans Logique et connaissance scientifique)* | *Col. LA PLEIADE* |
| *DESANTI* | *Les idéalités mathématiques 1968 35 F* | *LE SEUIL* |

| | | |
|---|---|---|
| J. VUILLEMIN | Philosophie de l'algèbre 1962 - 56 F | P.U.F. |
| J. VUILLEMIN | Mathématiques et métaphysique chez Descartes. | |
| CAVAILLES | Méthode axiomatique et formalisation (Thèse 1938) | |
| CAVAILLES | Philosophie mathématique 1962 - 18 F | HERMANN |
| CAVAILLES | Logique et théories de la Science | P.U.F. |
| K.R. POPPERT | La logique de la découverte scientifique - 484 pages - 64,70 F | PAYOT |
| NEEDHAN | Le grand tirage - La pensée chinoise | |
| FREGE | Les fondements de l'arithmétique | LE SEUIL |
| HUSSERL | La logique de l'arithmétique | P.U.F. |

SUR LE CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

| | | |
|---|---|---|
| EULER | Introductia in analysi infinitorum - 2 volumes - 1745 | |
| EULER | Institutiones calculi differentialis 1755 - traduit par BUFFON 1740 | |
| NEWTON | Traité des fluxions et des suites infinies | BLANCHARD |
| LEIBNIZ | Traité de calcul différentiel (Edition originale en latin, traduction en cours) | |
| Mac LAURIN | Traité des fluxions traduit par PEZENAS (Eléments de la méthode des fluxions démontrés à la manière des anciens géomètres 1738) | |
| LAGRANGE | Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables - 1772 -<br>Leçons sur le calcul des fonctions 1800<br>Théorie des fonctions analytiques 1777 | |
| D'ALEMBERT | Article "différentielle" dans l'encyclopédie | |
| CAUCHY | Cours d'analyse de l'école royale polytechnique 1821 3 volumes :<br>Analyse algébrique -<br>Calcul intégral -<br>Calcul différentiel | |

| | | |
|---|---|---|
| *BOLZANO* | *Sur le paradoxe de l'infini 1861* *Démonstration purement analytique du théorème : entre deux valeurs quelconques qui donnent deux résultats opposés se trouve au moins une racine réelle de l'équation. Dans l'article de JAN SEBESTIK de la revue d'histoire des sciences et de leurs applications, tome 17 n° 2 Avril - Juin 1964.* | *PRAYNE* |
| *ABEL* | *Oeuvres complètes, Christiana, 1881* | |
| *WEIERSTRASS* | *Eléments d'analyse Archives from History of exact sciences, volume 10, 1963, p. 41 - 176* | |
| *R. DEDEKIND* | *Stetigkeit and Irrationnellen Zahlen* *Was sind die Zahlen und was sie sollen sein* | |
| *R. BAIRE* | *Leçons sur les fonctions discontinues 1930* | *GAUTHIER-VILLARS* |
| *LEBESGUE* | *Leçons sur l'intégration et la recherche de fonctions primitives 1905* | *GAUTHIER-VILLARS* |
| | *Article sur "EULER" dans l'Encyclopédi Universalis.* | |
| *Jan SEBESTIK* | *Bernard BOLZANO et son mémoire sur le théorème fondamental de l'Analyse Revue d'histoire des sciences et de leurs applications tome 17 n° 2 Avril - Juin 1964* | |

*Deux ouvrages didactiques :*

| | | |
|---|---|---|
| *G. de l'HOSPITAL* | *Analyse des infiniments petits pour l'intelligence des lignes courbes Paris, de l'imprimerie Royale 1696 1600 F.* | *Lib. MONGE* |
| *LACROIX* | *Traité de calcul différentiel et intégral 1800 (3 volumes)* | |

*SUR LA GEOMETRIE*

| | | |
|---|---|---|
| *F. KLEIN* | *Programme d'Erlangen* | *GAUTHIER VILLARS* |
| *J. DIEUDONNE* | *Devons-nous enseigner les "mathématiques modernes"* *Bulletin APM n° 292 p 69-79* | |

# PROJET DE GRILLE D'ANALYSE

Analyse effectuée par :

Adresse :

Date :

## I - Identification du texte

I. 1 - Auteur : nom - prénoms - dates de la naissance et de la mort - nom éventuel du rédacteur si le document (cours...) n'a pas été rédigé par l'auteur.

I. 2 - Titre complet de l'oeuvre (y compris sous-titres éventuels).

I. 3 - Editeur, dates des différentes éditions.

I. 4 - Langue dans laquelle le texte est écrit - traductions éventuelles.

I. 5 - Importance du texte e.g. .

- il comporte n volumes d'environ p pages
- article de p pages extrait d'oeuvres plus importantes (donner le titre)
- chapitre ou extrait d'un livre (titre)
- article de revue (titre)

I. 6 - Accessibilité de l'ouvrage : existe-t-il dans le commerce ? sous quel titre, quel éditeur ? prix approximatif. Sinon, où est-il disponible ?

I. 7 - Date et langue de l'édition utilisée par l'auteur de l'analyse

I. 8 - Remarques diverses.

Pour II et III, deux cas à distinguer :

A - Il s'agit d'une oeuvre mathématique, scientifique, philosophique...
(Ranger ici les livres ou articles consacrés essentiellement à la publication d'oeuvres inédites ou d'extraits).

II. A - Nature et contenu du texte

II. A. 1 - C'est une oeuvre de recherche, un traité didactique original, un manuel, une correspondance, etc...

II. A. 2 - Objectifs visés par le texte, selon les déclarations mêmes de l'auteur (Analyser ici les préfaces éventuelles).

II. A. 3 - Analyse brève du contenu et des moyens (théoriques, expérimentaux, idéologiques..) mis en oeuvre. Le texte considéré présente-t-il un caractère intersectoriel, interdisciplinaire ?

II. A. 4 - Ce texte comporte-t-il des analyses historiques et épistémologiques ? sur quels points ? (préciser les paragraphes et les pages).

II. A. 5 - Comporte-t-il des références bibliographiques ? sur quels sujets ?

II. A. 6 - Bibliographie succinte liée au texte.

III. A - Opinion personnelle sur le texte (dans la mesure du possible, et avec toutes les réserves d'usage)

III. A. 1 - Comment le texte s'insère-t-il dans la problématique de l'auteur, de la discipline considérée, dans le contexte général (philosophique, scientifique, social, politique,..) de l'époque visée ? Position de l'auteur par rapport aux prédécesseurs.

III. A. 2 - Décalage éventuel entre les objectifs de l'auteur et la mise en oeuvre.

III. A. 3 - Principaux effets produits par le texte (éviter ici les récurrences trop abruptes) ? Les principaux concepts mis en oeuvre, l'architecture générale sont-ils conservés, abandonnés, repris ?

par qui et dans quelles oeuvres ? (Ranger ici l'évolution du texte dans les éditions successives et les correspondances au sujet du texte).

III. A. 4 - Exploitation éventuelle du texte par l'auteur (polémique, apologétique, ...)

B - <u>Il s'agit essentiellement d'un ouvrage d'analyse historique et épistémologique</u>

II. B - <u>Nature et contenu du texte</u>

II. B. 1 - C'est un article de recherche, un ouvrage didactique ; une monographie, un ouvrage de synthèse.

II. B. 2 - Objectifs visés par le texte, selon les déclarations mêmes de l'auteur (Analyser ici les préfaces éventuelles)

II. B. 3 - Préciser le champ (scientifique et historique) couvert par le texte.

II. B. 4 - Le texte comporte-t-il des références précises aux oeuvres utilisées, des extraits de ces oeuvres ?

II. B. 5 - Comporte-t-il une bibliographie précise sur le champ considéré ?

II. B. 6 - Bibliographie succinte liée au texte.

III. B - <u>Opinion personnelle sur le texte</u> (dans la mesure du possible et avec toutes les réserves d'usage)

III. B. 1 - Orientations générales (s'intéresse-t-on à la chronique des hommes, des idées, des productions scientifiques et philosophiques, à l'histoire des recherches, à la construction, au développement, aux reprises des concepts scientifiques, aux représentations liées à ces concepts, à l'architecture générale du secteur considéré, etc.). Quelles sont les principales thèses de l'auteur ?

III. B. 2 - Le texte se rattache-t-il (explicitement ou non) à une école philosophique, épistémologique, ou historique ?

III. B. 3 - Effets produits par le texte.

III. B. 4 - Utilisation éventuelle du texte par l'auteur (polémique, apologétique, ... ).

IV - Utilisations possibles du texte

IV. 1 - Niveau de technicité scientifique du texte et conséquences pour son exploitation éventuelle (prérequis...)

IV. 2 - Lisibilité, attrait du texte.

IV. 3 - Exemples d'utilisations possibles (déjà effectuées ou non)

. pour des recherches épistémologiques, didactiques ;
. pour la formation des maîtres ;
. pour l'enseignement.

Pour chaque exemple :

. spécifier s'il s'agit de suggérer des problématiques, d'introduire une perspective historique, de dégager un terrain de travail intersectoriel, de situer les concepts mis en jeu, etc.

. Préciser autant que possible les références des utilisations déjà effectuées, ou en cours d'étude.

Annexe III



Analyse effectuée par Evelyne LE REST
I.R.E.M. de Rouen
5 Juin 1977

## I - Identification

I.1 - Auteur : Morris Kline
I.2 - Titre : Mathematical Thought from Ancient to Modern Times
I.3 - Éditeur : Oxford University Press
Date de la 1ère édition : 1972. Edition utilisée : 3ème en 1974
I.4 - Langue : Anglais
I.5 - Ouvrage de 1238 pages
I.6 - L'ouvrage est disponible dans le commerce au prix approximatif de 350 F.

## II.B - Nature et contenu du texte

II.B-1 Il s'agit d'un ouvrage d'analyse historique traitant du développement des mathématiques depuis les mathématiques babyloniennes jusqu'au premier quart de notre siècle.

II.B-2 Les objectifs de l'auteur sont clairement exprimés dans la préface. Kline vise à présenter les idées centrales, en insistant en particulier sur les courants d'activités qui ont occupé le premier plan dans les principales périodes de la vie des mathématiques et qui ont eu de l'influence dans l'avancement et le développement futur des mathématiques.

Kline accorde un grand intérêt au concept même des mathématiques, aux changements de ce concept dans différentes périodes et aux idées des mathématiciens sur leur travail. Il insiste donc plutôt sur les thèmes que sur les hommes ; ce sont les idées de ces hommes qui sont importantes, leur biographie est secondaire.

Kline espère donner une perspective de toute l'histoire des mathématiques.

.../

II.B-3 Kline avertit qu'il ne peut présenter dans son livre que des exemples, choisis les plus représentatifs possibles, parmi toutes les réalisations dans les différents domaines mathématiques. Dans le but de ne pas perdre de vue les idées principales, il ne traite, pour la période après 1700, chaque développement mathématique qu'au moment où il atteint maturité, proéminence et où il influence l'univers mathématique. Ainsi, il ignore les mathématiques chinoises, japonaises et mayas puisqu'elles n'avaient pas eu d'impact sur la ligne de pensée principale des mathématiques. De même, il ne porte pas beaucoup d'attention à la théorie des probabilités, par exemple, car elle n'a eu un développement important qu'aujourd'hui.

II.B-4 Kline ne donne pas les énoncés originaux, il explique les méthodes et les démonstrations dans le langage actuel. Il n'hésite pas, par exemple, à donner le contenu détaillé des treize livres d'Euclide. Kline avertit également dans sa préface qu'en énonçant des théorèmes et des résultats, il a pu omettre des conditions mineures toujours dans le but de ne pas perdre de vue les idées principales.

II.B-5 Pour combler certaines de ces lacunes, inévitables dans un tel ouvrage, Kline établit à la fin de chaque chapitre une <u>importante</u> bibliographie donnant les références des textes originaux et les références d'ouvrages traitant des thèmes abordés dans le chapitre. Cette bibliographie comportant l'année et l'éditeur de chaque article ou ouvrage peut permettre de prolonger l'étude d'un sujet.

## III.B - <u>Opinion personnelle sur le texte</u>

III.B-1 Le livre de Kline n'est pas un exposé, prétendu objectif, des réalisations mathématiques passées et s'adressant à des spécialistes de l'histoire des mathématiques. Kline se place sur le terrain de la lutte des idées.

Cet ouvrage concerne tous ceux qui s'intéressent à l'origine, la nature et la portée des mathématiques. Qu'est-ce que les mathématiques ?

A chaque époque correspond une ou des conceptions des mathématiques. Il est intéressant de les connaître et de voir comment elles influent sur les travaux des mathématiciens. Quand situer l'origine des mathématiques ? Il n'y a pas de raison d'associer à l'idée de mathématique celle de démonstration et donc de

.../

les faire débuter avec les mathématiques grecques. Quelle est l'origine des différentes branches mathématiques ? Les motivations des mathématiciens proviennent souvent d'autres domaines tels que le commerce, la physique ou l'astronomie ; il est intéressant de voir les rapports entre les différentes sciences.

Pour chaque période, Kline donne l'état et l'avancement des différents thèmes mathématiques. Par exemple, pour la période couvrant les 16ème et 17ème siècles des titres de chapitre sont : le statut du système numérique, l'arithmétique, le symbolisme algébrique, la résolution des équations des 3ème et 4ème degré, la théorie des équations, le théorème du binôme, la théorie des nombres, les débuts de la géométrie projective, la géométrie analytique, etc... Les relations entre ces différents thèmes et les relations entre ces thèmes et les idées des mathématiciens de l'époque sont aussi largement développées : relation entre l'algèbre et la géométrie, la renaissance de la géométrie, l'émergence de nouveaux principes, les motivations des mathématiciens pour la géométrie analytique, etc... Un chapitre concerne les rapports avec les autres sciences à travers, en particulier pour cette période, le concept de la Science de Descartes et l'approche de la Science de Galilée. Kline donne ensuite les traits lui semblant marquants du monde et de la pensée mathématique de cette période. C'est ainsi qu'il consacre un chapitre à la communication entre les mathématiciens. Kline termine en donnant tout ce qui lui semble être des aspects positifs de cette période, il la rapproche des précédentes et envisage les perspectives pour la suivante.

III.B-4   Kline essaie donc de donner une vue large et complète de l'histoire des mathématiques. Ceci dans le but, en particulier, de comprendre les mathématiques d'aujourd'hui et de demain. Cette idée est exprimée dans la phrase de Poincaré placée en tête de la préface : "Pour prévoir l'avenir des mathématiques, la vraie méthode est d'étudier leur histoire et leur état présent". Les conclusions tirées ne seront pas celles de tout le monde ! En tout cas son livre a le mérite de nous faire poser des problèmes et de nous faire envisager les questions de manière plus élargie.

.../

Pour montrer le caractère polémique de l'oeuvre de Kline, prenons l'exemple des mathématiques grecques. Certains font commencer les mathématiques avec celles-ci en restreignant l'idée de mathématique à celle de démonstration. Kline, comme nous l'avons dit, reconnaît les mathématiques babyloniennes et égyptiennes. Mais bien plus, là où certains ne reconnaissent que des mérites aux mathématiques grecques, Kline trouve aussi des limitations aux mathématiques. Il s'agit de la conception pure, logique et déductive des mathématiques. Kline dit que l'insistance des grecs sur des concepts et des démonstrations exactes fut une entrave à la création mathématique. Il étaie longuement sa théorie sur des exemples précis.

Il se trouve encore conforté dans son idée en remarquant que la période du 17 ème siècle, au cours de laquelle les mathématiciens se libérèrent des contraintes imposées par niveau de rigueur, fut une période de grande créativité. Kline dit alors que le progrès des mathématiques demande presque toujours une complète indifférence aux scrupules logiques et qu'heureusement, les mathématiciens osèrent à cette époque placer leur confiance dans l'intuition et la perception physique.

Quelle conclusion Kline tire-t-il de tout ceci pour les mathématiques d'aujourd'hui et de demain ? Dans le dernier chapitre, il explique rapidement les problèmes soulevés actuellement par le fondement logique des mathématiques. Il rapproche cette crise de celle des mathématiques grecques dont la rigueur était devenue un but et dont les efforts pour poursuivre cette rigueur à l'extrême avaient conduit à une impasse. Les mathématiques dit-il, restent vivantes et vitales, mais seulement sur une base pragmatique.

## IV.- Utilisations possibles du texte

IV.1 - Cet ouvrage ne nécessite pas un niveau particulier de technicité scientifique.

IV.2 - L'anglais y est facile à lire, l'organisation du livre est claire et pratique.

.../

de leur division harmonique, jusqu'aux intersections de 2 coniques et les propriétés des normales à la conique issues d'un poirt.

Seule exception notable : la génération des coniques par foyer et directrice, qui pourtant devaient sans doute être déjà connues des Grecs.

c) l'introduction de Paul VER EECKE présente Apollonius et l'ensemble de son oeuvre, analyse ensuite le contenu des "Coniques" en le situant dans l'ensemble de la mathématique grecque, enfin décrit de façon détaillée l'histoire du manuscrit et de ses diverses traductions.

D'autre part, dans de courts préambules (pages 1, 117, 281 , 331, 479, 549) Apollonius donne de précieuses indications sur l'analyse qu'il fait du contenu de l'ouvrage et de sa place dans l'histoire de la mathématique grecque.

d) la traduction de Paul VEREECKE essaie d'être absolument littérale, le texte étant agrémenté de nombreuses notes "traduisant" en langage mathématique moderne les énoncés et les démonstrations d'Apollonius.

e) la lecture du texte est assez difficile, non pas à cause du niveau de connaissances mathématiques qu'il réclame, mais parce que la compréhension du langage algébrico-géométrique des Grecs demande une certaine habitude. Une lecture préalable des "Eléments" d'Euclide facilite grandement la tâche.

III - Intérêt

a) Cet ouvrage a été d'une importance considérable dans l'histoire des mathématiques. D'abord utilisé et commenté par les auteurs latins et arabes, il a été un ouvrage de base durant tout le 17ème siècle et même bien au-delà, et il a joué un rôle considérable dans les développements ultérieurs de la géométrie (aussi bien de la géométrie analytique que de la géométrie projective).

b) C'est dans le cadre d'un travail collectif sur l'Histoire de la géométrie que j'ai été amené à étudier cet ouvrage. Son intérêt me semble avant tout d'ordre "épistémologique".

On peut dire en effet que ce texte est la première étude affine des coniques. Apollonius dégage tout de suite, de la figure formée par un cône et un plan sécant, une symétrie oblique qui lui permet de définir la notion de diamètres conjugués de la conique, et il travaille ensuite systématiquement dans une sorte de repère formé par deux directions conjuguées. Il donne dans ce repère "l'équation" de la conique (dans son langage algébrico-géométrique, bien entendu), et donne même les formules de changement de repère. Il utilise bien sûr les notions métriques tout au long de l'ouvrage, mais il ressort quand même nettement de cette étude une "vision affine" des coniques. Cette impression est confirmée par le peu de place qui y est donné aux propriétés purement métriques des coniques (foyers - axes).

Cette "vision affine" n'est évidemment pas due à une intuition géniale d'Apollonius ; elle est le produit de son souci de présenter les coniques de la façon la plus synthétique possible en donnant à ses énoncés le maximum de généralité. La leçon est d'importance pour l'enseignant : la structure affine du plan, comme toutes les autres structures mathématiques n'ont pas besoin d'être imposées de l'extérieur comme un "deus ex machina" ; elle apparait naturellement lors de synthèses, de bilans des propriétés géométriques des figures. C'est en tout cas comme cela qu'elle s'est progressivement dégagée au cours de l'histoire de la géométrie.

# F A U T - I L   B R U L E R
# L E S   O E U V R E S   D E   D E S C A R T E S ?

Exposé de Catherine LEHMAN ( IREM de Basse Normandie ).

On ne peut construire la Mathesis universalis, qu'en dégageant par le doute et la réflexion le sujet pur de la science ; ce qu'après Kant on appelera le sujet transcendental, sujet idéal et universel, fondement de toute connaissance objective. De ce point de vue l'histoire n'est qu'un préambule, Descartes ne raconte que ses erreurs de jeunesse, après il écrit la Géométrie.

Pourtant je rappelerai les définitions cartésiennes de l'histoire et de la science : "par histoire, j'entendstout ce qui a déjà été inventé et qui est dans les livres , mais par science, j'entends l'habileté à résoudre toutes les difficultés et par là, découvrir par son ingéniosité propre tout ce qui en cette science peut être découvert par l'esprit humain".

Ce qui oppose histoire et science, c'est que cette dernière est ouverte en marche, tandis que l'autre est de l'ordre du tout fait et de l'achevé.

L'exposé axiômatique des mathématiques, comme travail sur des théories déjà finies et parfaites, se rapproche donc plus de ce que Descartes appelle histoire que de qu'il qualifie : science.

Je ferais maintenant jouer ma deuxième Thèse :Les réactions des élèves sont des produits de l'institution scolaire elle-même.

Si les élèves se désintéressent de l'histoire, c'est qu'elle leur paraît morte, coupée de leurs intérêts et sans rapport avec une activité possible. Mais n'est-ce pas un des effets de notre enseignement que d'avoir coupé les différentes disciplines de tout rapport avec la pratique accessible aux élèves et de n'avoir d'autre justification que l'autorité du déjà fait de ce qui est validé et cautionné par l'institution elle-même.

J'illustrerai cette thèse par un exemple que j'emprunterai à l'enseignement de la philosophie parce que telle est ma spécialité, mais aussi parce qu'il me paraît spécifique de l'institution scolaire dans son ensemble.

4°) Du côté du professeur.

Je me permettrai d'abord une digression qui n'est peut-être pas insignifiante dans mon propos général de la difficulté des travaux interdisciplinaires sur l'histoire des sciences.

Travaillant sur Descartes, je fus amenée à faire des recherches bibliographiques et découvrit avec stupeur l'existence d'un ouvrage de 300 pages : " bibliographia cartesiana".

Je faillis alors renoncer à mon projet : jamais, dans le temps dont je disposais je ne pourrais faire un travail défendable ; la recherche est maintenant affaire de spécialiste, seul un petit nombre d'élus peuvent encore prétendre écrire sur Descartes, seuls, ils ont le temps de se mettre à jour de la littérature critique . Le professeur de lycée ne peut que se soumettre à leur autorité, il est institutionnellement évacué de la recherche.

Ce moment de découragement passa lorsque je me mis à analyser la bibliographie elle-même : j'y compris comment l'institution en prenant en charge la gestion de l'oeuvre cartésienne m'en éliminait ainsi que la plupart de mes élèves.

5°) Bibliographia cartesiana.

En gros, on peut distinguer quatre grandes étapes dans la critique cartésienne,

1°) De la publication des Essais à celle des principia de Newton.

2) Le siècle des lumières

3°) La mise en place de l'université par Victor Cousin

4°) La montée à partir de 1 850 des Thèses d'état.

Chaque période a une relation très distincte à la pensée de Descartes. Dans la première période, nous trouvons des apologies et des pamphlets. On prend parti pour ou contre Descartes. Ceux qui le défendent appliquent ses méthodes dans les sciences de la nature, ou commentent et mettent au point sa géométrie ; il répond à des questions que se posent effectiv ement ses lecteurs, son oeuvre est donc poursuivie ; être cartésien c'est en gros faire de la physique, et des mathématiques.

2°) C'est ce qui explique le déclin rapide de la critique cartésienne pendant le s¢iècle des Lumières.

La publication, puis le succès des Principia de Newton rendent périmés les travaux physiques de Descartes, donc sa méthode ; le cartésianisme n'est plus la science en marche, on rend grâce à Descartes comme précurseur, mais on cherche ailleurs les préceptes méthodologiques.

On sait que la mise sur pied de l'université est pour la philosophie l'oeuvre de Victor Cousin. La philosophie universitaire est éclectique, spiritualiste et "nationale". Ce qui est maintenant retenu de Descartes est son idéalisme, plus accessible que celui de Kant et de Hegel, nous aussi avons notre pensée. Face à l'impérialisme allemand, la France se veut maintenant Cartésienne ; le cartésianisme se constitue alors comme mythe.

4°) Enfin, à partir de 1850, c'est la prolifération des thèses et des coups d'état universitaires. Il n'est pas d'aspect de l'oeuvre de Descartes qui ne soit analysé et étudié. De là un effet paradoxal de dissémination et de concentration :

L'oeuvre se démultiplie à force d'être sollicitée et interrogée sur ces moindres détails, Descartes étudié à propos de tout, devient le penseur universel, où je trouverai réponse à tout : science morale, métaphysique ; la volonté, l'imagination, le temps, l'inconscient, l'amour, etc...

D'autre part de grands conflits se nouent sur l'interprétation de sa pensée : en 1850 un coup d'Etat universitaire : L. Liard affirme que D. loin d'être le métaphysicien qu'on voulait voir en lui est un scientifique, on peut voir depuis les cycles et les modes se répéter inlassablement. Le résultat étant que maintenant les problèmes posés par Descartes ne quittent plus le terrain de l'université, et sont bien entendu coupés de toute pratique autre que la prise de pouvoir dans l'université.

C'est l'institution qui canalise donc dans ce genre de débat la force de travail de l'intellectuel. C'est parce que les oeuvres de Descartes ont été constituées en pur objet universitaire à usage interne, qu'elles semblent si étranges et sans intérêt à ceux de nos élèves qui n'envisagent pas de rester dans le sein de l'alma Mater.

J'imagine qu'un certain nombre d'entre vous ne se sentent guère concernés par ce qui n'est apparemment qu'affaire de philosophes ; et pourtant si l'on y réfléchit bien, ne vous retrouvez vous pas vis à vis de ce qui vient d'être dit, dans la même situation que l'élève x face à votre enseignement ; il ne se sent pas concerné lui non plus. Le seul mode d'expression de ceux qui ne seront pas intégrés dans le système et qui n'ont ni métier ni prestige à attendre de nous est le refus plus ou moins agressif.

Au fond, je pense que si mes élèves ont réagi "contre Descartes" c'est peut-être déjà quelque chose : ils étaient partie prenante au sens où ils s'estimaient en droit d'accepter ou de refuser exactement comme les contemporains de Descartes lui-même.

La digression terminée, je reviendrai à la question initiale. En quel sens faut-il introduire une perspective historique dans l'enseignement math. et peut-être dans l'enseignement tout court ?
Retour à la question initiale.

Si par histoire on entend référence érudite au passé, il est bien évident que dans l'enseignement des Mathématiques il ne pourra s'agir que d'un ornement assez superflu ou du moins réservé aux élèves les moins "besogneux", les moins bloqués par l'urgence d'une réussite problématique et pourtant désirée. Encore une fois les "happy fews", ceux pour qui le luxe de la "culture" désintéressée est possible. Pour les autres cette entreprise sera un des multiples gadgets de la pédagogie nouvelle, un truc pour essayer de retrouver un intérêt ou des motivations que l'institution elle même fait tout pour désamorcer ; soyons clairs ; dans l'enseignement de la philosophie, il n'a jamais été question de faire de tout homme un philosophe, il a fallu discerner les quelques privilégiés qui auraient le temps et le droit de parler de Descartes. En mathématiques, il faut sélectionner les futurs ingénieurs et cadres de la Nation, il ne s'agit pas de faire de chaque élève une personne éclairée et responsable.

Alors que peut signifier véritablement une perspective historique ? D'où vient que nous nous intéressions à l'histoire ?

Au délà de l'anecdote et du divertissement, les grandes énigmes de l'histoire ou la vie héroîque et secrète des savants, au delà de la curiosité de l'archiviste, l'histoire est enracinée dans le souci du présent, si nous nous tournons vers le passé, c'est en ce qu'il peut éclairer notre pratique actuelle, nous permettre de comprendre ce que signifient les choix qui ont été faits pour nous par nos pères, ce qui a été retenu, ce qui a été évacué comme non significatif ou non intéressant et pourquoi. Le culte d'une science intemporelle et objective masque trop souvent ce que l'idéal scientifique occulte ou cautionne dans la société actuelle. L'activité mathématique est intrinséquement une chose bonne. Est-elle la seule formation nécessaire aux futurs gestionnaires de la société ? et d'ailleurs faut-il vraiment ce type de gestionnaires, et faut-il vraiment ce genre de société ?

Réintroduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques ne peut se faire que si l'on réintroduit un sens de l'histoire dans l'enseignement et peut-être aussi dans la vie : rendre nos élèves et nous-mêmes capables d'une pratique active et responsable ; que l'enseignement ne soit plus une série de rituels initiatiques destinés à la reconnaissance entre pairs, mais l'ouverture vers un avenir.

Si tel est notre projet et si les élèves peuvent se dire également partie prenante, alors l'histoire les passionnera, parce qu'ils seront eux aussi acteurs de cette histoire et que le regard sur le passé pourra les éclairer ; autrement, soit qu'elle se présente comme récit, soit qu'elle se déguise dans les théories parfaites et achevées des livres, l'histoire leur restera toujours objet extérieur et indifférent et ils auront le droit de réclamer qu'on brûle ce qui n'est là que pour les éliminer ou les rendre conformes à un modèle préétabli.

## LISTE DES PARTICIPANTS (non exhaustive)

**BESANCON**
- HENRY Annie

**STRASBOURG**
- SIDLER J. Claude
- CAMBAS Michel
- GLAESER Georges

**BREST**
- LANGLET Vincent

**RENNES**
- HOUDEBINE Jean
- DOSTAL Claude

**TOULOUSE**
- DESQ Roger
- MAILHAS Line
- GRABIAS Christian
- MAYNARD Jean Louis
- LASSAVE Claude

**ROUEN**
- CHOUCHAN Michèle
- LEREST Evelyne-Michel
- LEMETER Pierette
- CARBONIER Jeanne
- MATTHIEU Claudine
- DELBREIL Brigitte
- BESNIER J. Michel-Martine

**POITIERS**
- BOROWCZYK Jacques
- DAVIAUD Daniel
- WALLET Guy
- SAVARIAU Jacques
- CAUSSE Maurice
- PARPAY Serge

**NANTES**
- LEFORT Xavier

**NANCY**
- BAYER Marie-Thèrèse
- DEPAIX Odette
- BARTHEL Marie-Thèrèse
- MULLER Hélène -LAVIGNE J.Pierre

**CAEN**
- VAUTTIER Daniel
- LANIER Denis
- BAMIERE Annick
- LEPREVOST Anne-Marie
- BERTRAND Guy
- SENECHAL Brigitte
- LUCAS Gérard
- COUCHOT Francis
- MADELAINE Jacques
- CATHERINE Jacques
- HERVIEU Claudine
- LEHMAN Eric-Catherine
- TAILPIED Anne-Marie
- MARY André
- FOUCAULT Jeanine
- BESNIER Gérard
- DEBART Françoise-Patrice
- TOFFIN Nicole
- ROUSSEL Nathalie

- RENON Chantal
- PIMBÉ
- LEJEUNE Jeannot
- BLONDEL Anne
- DROUET Jean
- LEGOFF Jean Pierre
- BEYNIER Dominique
- BEYNIER Annick
- BEAUFILS Paule
- BEAUFILS François

- LEGALL Maryse
- HUET Eugène
- ROGUES Jean Paul
- VEILLEUX André
- DELAGARDE Claude
- ALCORN David
- DELABROISE Evelyne
- FREREUX René
- HUE Ghislaine
- BOUCHEREAU Joël

DIJON

- DURIE[illegible] Roland
- BELLEMIN Jean Marc
- TOUATI André
- REGNIER Jean-Claude
- BAZAK Françoise

ORLEANS

- HENRY Joseph
- KALEKA Gérard
- VOISOT Marie Paule
- LEDOUX Françoise
- PIGEONNAT Jean François
- DAUDIN Pierre

PARIS

- BI[illegible]REBI Jeannine
- PRADEL Laurence
- WERQUIN Marie Claude
- KERLIDOU Michel
- MIKOU Noufissa
- CHARAUD Nathalie
- BECUE Marie Claire
- COSTES Marie Françoise
- P[illegible]MOND Pierre
- PARIS[illegible]OT Paul
- ROU[illegible]ET Jeanine
- ROULETTE Christiane
- DE GANDT François
- GUEGAN Dominique

LILLE

- VITTORI Bernard
- CO[illegible]SQUER ELiane
- CHAMONTIN Françoise
- BRASSELET Anne-Marie
- LAGRE[illegible] Bernard
- POURPRIX Marie-Thérèse
- BKOUCHE Rudolf

LYON

- MAL[illegible]ET Antonio
- GLAYMANN Maurice
- JOBERT Claude-Jacqueline
- BONNETOY Gilles
- ROCHAU[illegible] Jeanne
- TAIN Laurence

MARSEILLE

- OVAERT Jean Louis
- CHEVALLARD Yves

BELGIQUE

- VALENDUC Gérard
- VERBEKE Claudine