

# **Un parcours d'apprentissage d'une notion noyau en 4ème**

## **La démonstration géométrique**

Loïc COULOMBEL

Groupe didactique de l'IREM de Caen – Groupe INRP de Caen

## Notion noyau

Repérer les ... tâches élèves ... les obstacles ...

## La démonstration

Effectuer une figure soignée à main levée

Connaître les propriétés de géométrie plane

Lier une figure de base à sa propriété

Conjecturer

Connaître la construction d'un chaînon déductif

Vérifier la validité d'un chaînon déductif

Acquérir un nouveau savoir géométrique

Construire un chaînon déductif

Sortir une figure de base d'une « configuration complexe »

Lier des chaînons déductifs entre eux

Travailler en groupe

Consolidation des pré-requis

Retour sur les propriétés de 5ème

Travail sur le statut de la figure à main levée

Tab

QUI SUIS-JE ?

**Figure 1**  
Je suis un quadrilatère et j'ai 3 angles droits. Je m'appelle ECTR.

**Figure 4**  
J'ai 3 angles dont deux qui sont égaux. Je m'appelle OSI.

**Figure 2**  
Je suis un parallélogramme particulier. Mes diagonales sont perpendiculaires. Je m'appelle OLSA.

**Figure 5**  
De tous les quadrilatères, c'est moi qui ai le plus d'axes de symétrie. Je m'appelle CERA.

**Figure 3**  
Je suis un parallélogramme qui possède deux diagonales de même longueur. Je m'appelle ABCD.

**Figure 6**  
J'ai 3 côtés et pour me construire une seule valeur est utile. Je m'appelle QUE.

**Figure 7**  
Je suis un quadrilatère et mes quatre côtés ont la même longueur.

Figure 1

Figure 2

Figure 3

Figure 4

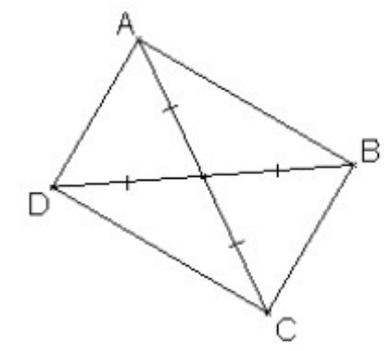
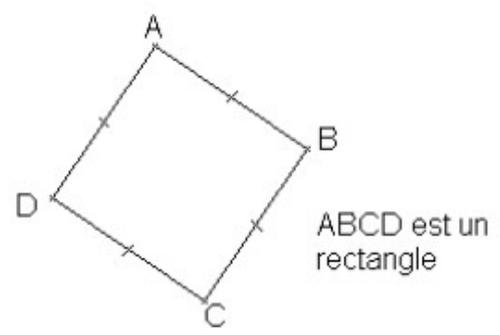
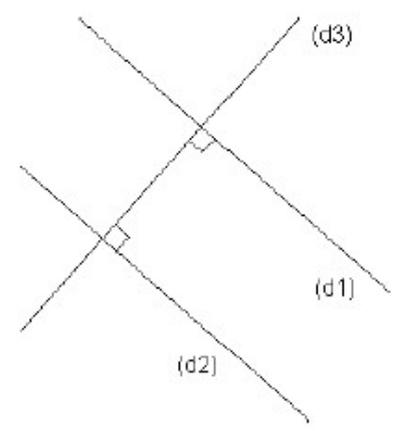
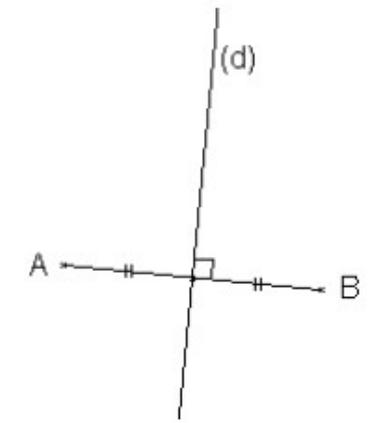
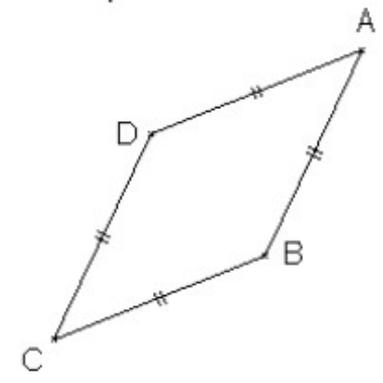
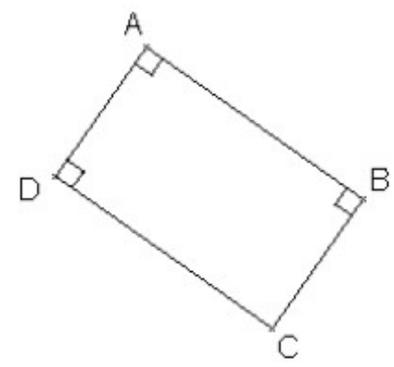
Figure 5

Figure 6

Figure 7

# Travail sur la liaison entre la configuration de base et la propriété correspondante

Pour chacune de ces configurations, écrire la propriété qui correspond :



Le triangle rectangle et son cercle circonscrit

Consolidation du travail fait sur le lien entre la configuration de base et la propriété dans ces nouveaux savoirs.

Dans chacun des cas ci-dessous, écrire une propriété liée à la figure ainsi que la conclusion correspondante.

	<p>Conclusion :</p>

## Palier 3

## Le chaînon déductif

## Activité d'exploration

## IDENTITE NATIONALE

Pour chacun des personnages, dire s'il est français, s'il peut devenir français ou pas en justifiant la réponse.

La nationalité selon le Code civil

Est français l'enfant, légitime ou naturel, dont l'un des parents au moins est français.

L'étranger qui contracte mariage avec un conjoint de nationalité française peut, après un délai d'un an à compter du mariage, acquérir la nationalité française par déclaration.

Tout enfant né en France de parents étrangers acquiert la nationalité française à sa majorité si, à cette date, il a, ou a eu, sa résidence habituelle en France pendant une période continue d'au moins cinq ans depuis l'âge de 11 ans.

Est français l'enfant né en France lorsque l'un de ses parents au moins y est lui-même né.

L'acquisition de la nationalité française par décision de l'autorité publique résulte d'une naturalisation par décret à la demande de l'étranger.

Nul ne peut être naturalisé s'il n'a atteint l'âge de 18 ans, [...] s'il a fait l'objet d'une condamnation.

Nul ne peut être naturalisé s'il n'a pas une connaissance suffisante de la langue française.

La personne qui a acquis la nationalité française jouit de tous les droits et est tenue à toutes les obligations attachées à la qualité de Français.

1. Clara, 27 ans, est polonaise. Il y a deux ans, elle a épousé Stéphane, qui est français. Ils viennent d'avoir une petite fille, Marianne.

2. Karim est né à Lisieux. Ses parents sont algériens mais son père est né à Marseille.

3. Dario, 11 ans, est né à Rome. Son père est italien, mais sa mère, née à Lille, est française.

4. Nordine, 14 ans, est né à Bordeaux. Ses parents tunisiens sont installés en France depuis 20 ans.

## IDENTITE NATIONALE

Pour chacun des personnages, dire s'il est français, s'il peut devenir français ou pas en justifiant la réponse.

La nationalité selon le Code civil

Est français l'enfant né en France lorsque l'un de ses parents au moins y est lui-même né.

L'étranger qui contracte mariage avec un conjoint de nationalité française peut, après un délai d'un an à compter du mariage, acquérir la nationalité française par déclaration.

Est français l'enfant, légitime ou naturel, dont l'un des parents au moins est français.

L'acquisition de la nationalité française par décision de l'autorité publique résulte d'une naturalisation par décret à la demande de l'étranger.

Nul ne peut être naturalisé s'il n'a atteint l'âge de 18 ans, [...] s'il a fait l'objet d'une condamnation.

Nul ne peut être naturalisé s'il n'a pas une connaissance suffisante de la langue française.

La personne qui a acquis la nationalité française jouit de tous les droits et est tenue à toutes les obligations attachées à la qualité de Français.

Tout enfant né en France de parents étrangers acquiert la nationalité française à sa majorité si, à cette date, il a, ou a eu, sa résidence habituelle en France pendant une période continue d'au moins cinq ans depuis l'âge de 11 ans.

1. John, 13 ans, est né à Cambridge en Angleterre mais ses parents sont tous les deux français.

2. Murat, 11 ans, est né à Paris. Ses parents sont turques mais sa mère est née à Strasbourg.

3. Amandine, 12 ans, vit aux Etats-Unis où elle est née. Son père, français, travaille depuis 15 ans dans une banque française de San Francisco. Il a rencontré une Américaine, Barbara, qu'il a épousée et qui est la mère d'Amandine.

4. Giovanna, 16 ans, est née à Grenoble. Ses parents italiens sont installés en France depuis 18 ans.

## **Analyse des écrits des élèves ...**

1. John, 13 ans, est né à Cambridge en Angleterre mais ses parents sont tous les deux français.

John n'a pas la nationalité française. Il doit ~~de~~ faire une demande pour l'obtenir.

1) ~~John~~ John doit avoir une bonne maîtrise de la langue française. Il doit se faire naturaliser sous demande de l'étranger.

1° John est français car ses parents sont français.

1°) John, 13 ans est français car ses parents sont tous deux français.

John : Est français l'enfant, légitime ou naturel, dont l'un des parents au moins est français.

1. John, 13 ans est français même si il est ~~Anglais~~ né en Angleterre car ses parents sont tous les deux français et selon le Code civil: "est français l'enfant, légitime ou naturel, dont l'un des parents au moins est français."

2. Murat, 11 ans, est né à Paris. Ses parents sont turques mais sa mère est née à Strasbourg.

2. Si les parents de Murat sont turques,  
Alors Murat est turque.

Déjà apparaît un  
« théorème élève »

## Une nouvelle commande ...

**Pablo a 17 ans et il est né en France mais ses parents sont mexicains. Il a deux soeurs Irène et  
Après avoir habité dans différents pays, la famille de Pablo s'est installée à Nantes depuis 6 ans.**

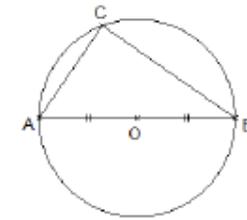
# Des situations géométriques ...

# Encore des écrits d'élèves ....

## Situations géométriques

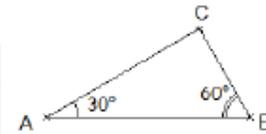
### Les données

1	[AB] est un diamètre du cercle de centre O
2	ABC est un triangle
3	C est un point du cercle
4	$\hat{A} = 30^\circ$
5	$(AB) \parallel (CD)$
6	$\hat{B} = 60^\circ$
7	ABCD est un rectangle
8	Les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires



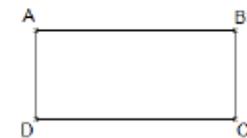
### Les propriétés

1	Dans un triangle, la somme des angles est égale à $180^\circ$ .
2	Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.
3	Si un quadrilatère est un rectangle alors il a quatre angle droits.
4	Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.
5	Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont la même longueur.
6	Si un quadrilatère a trois angles droits alors c'est un rectangle

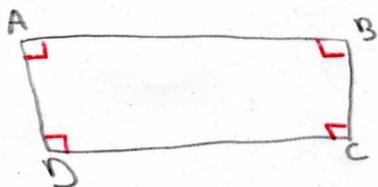


### Démontre que ...

1	ABC est un triangle rectangle
2	Les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires
3	$\hat{C} = 90^\circ$
4	$AC = BD$



ABCD est un rectangle

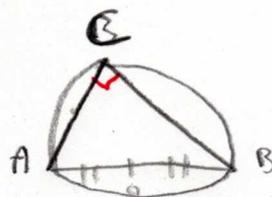


ABCD est un rectangle

ABCD est un rectangle car si un quadrilatère est un rectangle alors il a quatre angles droits.  
Donc ABCD est un rectangle.

407

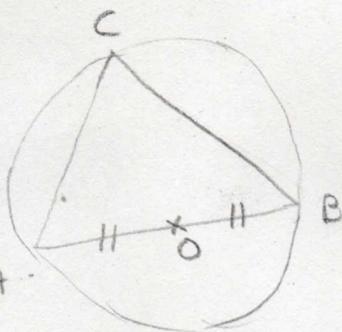
1)



$[AB]$  est un diamètre du cercle de centre O si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.

$[AB]$  est un diamètre du cercle de centre O

ABC est un triangle



ABC est un triangle rectangle

Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point

## Palier 4 : palier croisé

### La propriété de Pythagore et son chaînon déductif

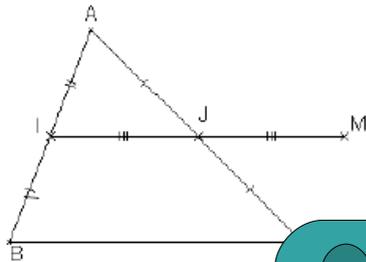
**Tab**

Les propriétés des droites des milieux ...

... des figures complexes ...

... vers des démonstrations à plusieurs chaînons

Palier 5



**Données de départ :**  
 ABC est un triangle  
 I milieu de [AB]  
 J milieu de [AC]  
 J milieu de [IM]

**Nouvelles données :**

**II. Pour la suite de la démonstration, on te demande de réécrire les chaînons dans l'ordre.**

On sait que BIMC est un parallélogramme.

Donc  $IM = BC$  et  $(IM) // (BC)$

**I. Compléter les chaînes**

1. Démontrons que A

On sait que : .....

Or, si un quadrilatère a s  
 alors c'est un parallélogr

Donc.....

2. Démontrons que A

On sait que : AICM est parallélogramme

Or, .....

Donc  $AI = MC$  et  $(AI) // (MC)$

3. Pourquoi BI = MC ?

**Objectifs :**

**Construire des savoirs**

**Réinvestir les savoirs sur les chaînons**

**Construction des démonstrations à plusieurs chaînons**

chaînons ?

On propose de remplacer tous ces chaînons par deux propriétés. Quelles sont-elles ?

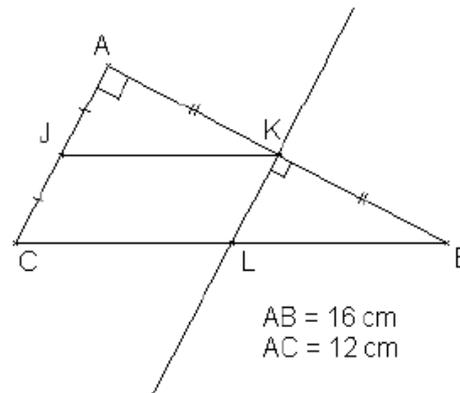
## Apprendre à extraire une figure de base d'une configuration complexe

Dessiner à main levée les « figures de base » extraites de cette configuration complexe et accompagnées des données qui correspondent à chacune des propriétés ci-dessous :

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Propriété de Pythagore

Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.



Si une droite passe par le milieu de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au 3ème côté.

Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du 3ème côté.

## Palier 6

## ... des situations complexes ...

Tab

## ... dans des ateliers.

Soit un quadrilatère ABCD.

Soient M, N, P et Q les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].

Quelle est la nature du quadrilatère MNPQ ? Le démontrer.(7 chaînons)

### Aide n°1 :

1. Démontrer que (MN) est parallèle à (AC).
2. Démontrer que (MN) est parallèle à (QP). (2 chaînons)
3. Démontrer que (MNPQ) est un parallélogramme.(4 chaînons)

### Aide n°2 :

1. Démontrer que (MN) est parallèle à (AC).
2. Démontrer que (QP) est parallèle à (AC).
3. Démontrer que (MN) est parallèle à (QP).
4. Démontrer que (QM) est parallèle à (BD).
5. Démontrer que (NP) est parallèle à (MQ) ( 2 chaînons)
6. Démontrer que (MNPQ) est un parallélogramme.

### Aide n°3

1. Démontrer que (MN) est parallèle à (AC).
2. Démontrer que (QP) est parallèle à (AC).
3. Démontrer que (MN) est parallèle à (QP).
4. Démontrer que (QM) est parallèle à (BD).
5. Démontrer que (NP) est parallèle à (MQ) ( 2 ETAPES)
6. Démontrer que (MNPQ) est un parallélogramme.

### OUTILS :

- Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté.
- Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
- Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.
- Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.

## Notion noyau

Repérer les ... tâches élèves ... les obstacles ...

## La démonstration

Palier 2

Palier 5

Palier 1

Palier 3  
et 4

Effectuer  
une figure  
signée à  
main levée

Connaître les  
propriétés de  
géométrie plane

Lier une figure  
de base à sa  
propriété

Acquérir un  
nouveau savoir  
géométrique

Connaître la  
construction d'un  
chaînon déductif

Vérifier la validité  
d'un chaînon déductif

Conjecturer

Lier des chaînons  
déductifs entre eux

Construire un  
chaînon déductif

Sortir une figure  
de base d'une  
« configuration  
complexe »

Travailler  
en groupe

## Tableau récapitulatif

<b>Palier 1</b>	<b>Activité diagnostique</b>
<b>Palier 2</b>	<b>Activités didactiques</b>
<b>Palier 3</b>	<b>Activité d'exploration Activité de structuration</b>
<b>Palier 4</b>	<b>Activité de structuration</b>
<b>Palier 5</b>	<b>Activité didactique Activité de structuration Activité intégration</b>
<b>Palier 6</b>	<b>Activité intégration</b>