

**La conférence nationale sur
l'enseignement des mathématiques
à l'école primaire et au collège
s'est déroulée le 13 mars à l'IFÉ, ENS de Lyon**

Peu de temps après, à l'assemblée générale de l'IREM de basse Normandie, il nous a semblé intéressant de partager... avec nos collègues de L'IREM... en 40 minutes... des flashes et idées force de cette conférence qui valident les choix pédagogiques, didactiques et métacognitifs ... du travail de notre groupe.

Rapporté par ... Groupe ifé de Caen- Groupe didactique de l'IREM de Basse Normandie



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

RECHERCHE

Inscrite au Plan National de Formation des
corps d'inspection , concerne les formateurs...
des IUFM, des IREM , des universités ,
les chercheurs en mathématiques,
en didactique des mathématiques ...
ainsi que, naturellement,
les professeurs intéressés et
leurs organisations professionnelles.



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

RECHERCHE

L'Institut Français de l'Éducation

est une composante de l'ENS de Lyon. Il prend le relais de l'Institut national de recherche pédagogique – INRP

L'IFÉ est une structure nationale de recherche, de formation et de médiation des savoirs en matière d'éducation, fondée sur une interaction permanente avec les communautés éducatives, grâce au recrutement de professeurs détachés et de professeurs associés.

Directeur : Yves WINKIN - <http://ife.ens-lyon.fr/ife>

Rapportée par ... Groupe ifé de Caen- Groupe didactique de l'IREM de Basse Normandie



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

RECHERCHE

Conférenciers

Michèle Artigue, didactique des mathématiques, Université Paris Diderot

Mariolina Bartolini-Bussi, didactique des mathématiques, Università di Modena e Reggio Emilia, Italie

Christine Chambris, didactique des mathématiques Université Paris Diderot

Jean-François Chesné, DEPP, MEN

Yves Chevallard, didactique des mathématiques, Aix-Marseille Université

Stanislas Dehaene, neurosciences, Collège de France

Denise Grenier, didactique des mathématiques, Université Joseph Fourier, **Grenoble**

Alain Mercier, didactique des mathématiques, IFÉ -ENS de Lyon

Maggy Schneider, didactique des mathématiques, Université de Liège, Belgique



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

RECHERCHE

10 h -10 h 30 Ouverture

10h30-12h interventions des quatre premiers conférenciers`

Quels types de résultats fournissent les enquêtes de la DEPP et les évaluations nationales ? Quels sont les effets sur les pratiques enseignantes ? Jean-François Chesné.

Comment enseigne-t-on les mathématiques ailleurs ? Deux exemples : le cas lointain de la Chine et le cas proche de l'Italie. Mariolina Bartolini-Bussi.

L'intuition en mathématiques et les démarches algorithmiques : que sait-on en neurosciences ? Stanislas Dehaene.

Grandeurs et mesures. Comment enseigner et faire comprendre la numération décimale de position ? Christine Chambris.

Basse Normandie



L'intuition en mathématiques et les démarches algorithmiques : que sait-on en neurosciences ? Stanislas Dehaene.

Professeur au Collège de France, Stanislas Dehaene dirige un laboratoire de l'INSERM et du CEA à Saclay Neurospin Centre d'imagerie cérébrale et on travaille beaucoup pour développer la neuroéducation pour dire le lien entre l'éducation et l'organisation du cerveau du jeune enfant.

« Enseignants et chercheurs en sciences cognitives doivent travailler

ensemble ... C'est intéressant que les éducateurs aient une idée du

cerveau de l'enfant et du fonctionnement psychologique de l'enfant en train d'apprendre.

... idée très générale ... mais

comment on la décline en mathématiques? »

Rapportée par ... Groupe ifé de Caen - Groupe didactique de l'IREM de Basse Normandie

Les recherches ... ont porté sur

- ✓ **le nombre**
- ✓ En géométrie
- ✓ Des compétences transversales

✓ « Que peut-on dire **du sens du nombre?**

On sous-estime les compétences des enfants.

L'enfant arrive ...dès la première année de vie avec des intuitions mathématiques concernant le nombre

Les enseignants doivent comprendre qu'on ne part pas de zéro...

La vision qui est ... Je pars de zéro et je construis les mathématiques d'une façon axiomatique, ça ne fonctionne pas du tout comme ça.

Les enfants ont une idée de la numérosité, du nombre approximatif d'un ensemble d'objets ...

Les mathématiques sont issues de l'évolution de notre cerveau dans un monde qui a des régularités intéressantes... la régularité du nombre, de l'espace, du temps .

Pour l'enfant, l'espace, le temps et le nombre sont des grandeurs quantitatives qui ont des analogies....

Le sens des grandeurs est là mais le caractère précis n'est pas là. »

« Quelles conséquences en classe?

L'école doit se servir de ce fondement d'intuitions... elle doit...

✓ **Réhabiliter l'intuition des enfants**

Un cours de mathématique qui se contenterait d'une approche formelle complètement détaché de l'intuition..; n'aurait aucun sens..

✓ **Développer l'intuition**

Le sens des nombres qui existe est susceptible de se développer et d'être entraîné..; Des entraînements peuvent améliorer la précision du système ... par des jeux numériques... Apprendre à compter... Le sens du nombre précoce joue un rôle dans les apprentissages des maths ultérieurs... »



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

« Quelles conséquences en classe?...

✓ Se servir de l'intuition?

Une recherche d'Elizabeth Spelke : En maternelle, on pose des additions à 2 chiffres ... Cela paraît absurde...

Gaëlle a 34 bonbons; on lui en donne 27 de plus.

Jérémy en a 48. Lequel des deux en a le plus?

Et pourtant ...

Les enfants de maternelle sont capables mieux que le hasard de répondre à cette question car ils approximent les quantités et leur cerveau peut combiner ces approximations dans des additions, des soustractions, des comparaisons. »

Rapporté par ... Groupe ifé de Caen- Groupe didactique de l'IREM de Basse Normandie



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

Ruben impressionné et incrédule a cherché....

J'ai fait quelques recherches et j'ai trouvé ceci, en "sciences et vie, 108/2007 , Page 52 :

Ce qui est important est que ce sont des enfants de 5 ou 6 ans qui sont déjà dans le stade "des opérations concrètes" de Piaget, et qui en France, à cet âge, sont en grande proportion en cycle 2 de l'école élémentaire, et non pas en maternelle.

« Les psychologues Camilla Gilmore, de l'université de Nottingham, Shannon McCarthy et Elizabeth Spelke, de l'université Harvard, viennent de le démontrer en observant les performances d'enfants de 5 et 6 ans (un âge charnière où les jeunes écoliers savent déjà compter mais ne maîtrisent pas encore le calcul), devant des opérations approximatives relativement complexes sous forme de petits scénarios : "Si tu as 24 images et que je t'en donne 27 de plus, auras-tu plus ou moins de 35 images ?" ou encore "Sarah a 64 bonbons. Elle en distribue 13. John a 34 bonbons. Qui en a le plus ?"»

Les résultats sont étonnants. Alors qu'ils sont encore incapables de réaliser une addition précise (*a fortiori* sur des nombres aussi grands), les écoliers répondent correctement à la question, à la surprise de leurs enseignants ! D'après les chercheuses, les enfants utilisent naturellement les symboles fraîchement acquis (les nombres), selon des règles de l'arithmétique approximative déjà encodées dans leur cerveau ! »

✓ « Les transformations du système intuitif

1 . **On acquiert un sens exact des nombres**, c'est une invention

En Amazonie par exemple, des peuples n'ont pas le sens du comptage et sont encore dans cet état des nombres approximatifs.

2 . **Le sens du comptage apporte la notion d'une linéarité de l'espace des nombres** c.a.d qu'il y a la même différence entre 9 et 10 qu'entre 1 et 2...Pas évident pour les petits enfants.

Petit à petit, l'enfant apprend que +1 va nous déplacer de manière constante sur l'espace des nombres, ce qui correspond à représenter les nombres sous forme de ligne avec un écart constant entre les nombres successifs ... et ...cette notion d'une correspondance entre les nombres et l'espace est quelque chose de très important pour le développement numérique de l'enfant. »

✓ « Des représentations nouvelles

Le calcul exact se développe sur la base de **représentations nouvelles** qui appartiennent **au langage** et **à l'écrit**.

Il est important **pour parvenir au nombre exact** d'**avoir des mots** pour les nombres **et des symboles écrits**.

Le système de calcul exact dans le cerveau d'un adulte, c'est à la fois cette représentation mentale des quantités approximatives et des algorithmes fondés sur les symboles du langage pour calculer .

Quand on fait une multiplication, on fait plus appel aux aires du langage que quand on fait un raisonnement approximatif.

Ex : trois fois neuf ... vingt-sept ...c'est une routine verbale mémorisée. »

✓ « **Dans le domaine de la géométrie...**

Le nombre et l'espace

Quand on parle du passage d'un sens approximatif à un sens exact de la ligne numérique, c'est une grande révolution mentale. On a montré que ...

Les enfants ont un sens logarithmique des nombres : ils pensent que 9 et 10 sont plus proches que 1 et 2.

Comprendre que les nombres sont régulièrement espacés, c'est une révolution mentale.

Des intuitions précoces sont amenées à se développer par le biais de cette métaphore de la ligne numérique.

Jouer à un jeu de plateau améliore les compétences mathématiques plus tard. »

« Une intuition spatiale géométrique

Il y a une sorte de **raisonnement spatial** chez le jeune enfant.

Elizabeth Spelke (Harvard) a montré que même un enfant aveugle de deux ans qui a des interactions limitées avec l'espace est capable de naviguer spatialement d'un point A à un point B, de B à C et de revenir de C à A ce qui correspond à l'égalité des calculs sur les triangles.

Il y a des intuitions spatiales géométriques qui se combinent entre elles... On ne sait pas trop comment ... mais on peut penser que c'est de là que viennent la géométrie euclidienne et les concepts de base des triangles, des parallèles ...qui sont **au fondement de la géométrie formelle**.

On passe d'intuitions à quelque chose de formalisé »

« Un raisonnement statistique intuitif

Le cerveau de l'enfant doit être vu comme un système d'une extraordinaire compétence pour l'apprentissage des statistiques dans tous les domaines.

Le cerveau de l'enfant doit être vu comme un algorithme d'apprentissage qui compile des statistiques sur le monde extérieur et qui en extrait des représentations à des niveaux hiérarchiques.

Lorsqu'il apprend le sens d'un mot, il corrèle ce qu'il entend avec le monde extérieur; c'est un problème très difficile d'apprentissage qu'il résout en quelques essais.

Donc une compétence extraordinaire chez l'enfant mais qui a des impacts sur la manière dont on l'enseigne. »

✓ « Les compétences transversales.

○ **Le concret**

L'enfant est adapté à l'extraction d'informations de problèmes concrets. On a évolué dans un monde concret → **vers une pédagogie du concret en maths**, mais le cerveau de l'enfant avec l'aide de l'éducateur va en extraire des compétences abstraites.

○ **L'action**

L'algorithme d'apprentissage fonctionne mieux quand l'enfant est actif; le caractère passif d'un enfant qui reçoit un magistral, ça ne marche pas bien. Il fonctionne mieux s'il génère une action ou une prédiction qu'il corrige éventuellement en fonction du signal d'erreurs, renforcement positif si réussi, sinon correction de sa représentation mentale. »

- ✓ « Le plaisir et l'attention sont des modulateurs très forts de l'apprentissage.

- ✓ La curiosité ... serait l'orientation de l'organisme vers quelque chose que je suis capable d'apprendre.

En sciences cognitives, on est axé sur une architecture commune du cerveau y compris dans le domaine d'apprentissage de la lecture en chinois, en français.. , ce sont les mêmes structures cérébrales qui sont mises en jeu.

- ✓ Il existe des différences individuelles ,peut-être présentes à la naissance, mais elles sont influençables par l'environnement. »



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

RECHERCHE

« Conclusion

Tout enfant a vocation à aimer les maths

Nous devons **piquer la curiosité** des enfants, **les motiver par des situations concrètes.**

L'Éducation Nationale doit fournir aux enseignants des matériels pour **fournir un environnement de classe intéressant et enrichi.**

On sous-estime les compétences des enfants en maths... ne pas hésiter à leur proposer des choses difficiles... des vrais projets ...

Ex en maternelle ... « faire un collier de 1000 perles »... Construire une tour de 2 mètres avec des cubes

Faire réfléchir mentalement les enfants entre eux pour recréer avec nous les savoirs mathématiques. »



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

RECHERCHE

Alain Mercier.

« Si le nombre est une invention culturelle, proposer des situations qui permettent aux enfants d'entrer dans cette culture. Pour ne pas être un automate ... il faut avoir des automatismes. »

Remy Jost... **Constats du Conseil Scientifique pour une qualité de l'enseignement et de l'apprentissage en maths**

« Déficit de formation didactique des enseignants.

Formation professionnelle à interroger

Comment améliorer l'enseignement autour

- des programmes
- De l'évaluation ?

Curriculum du collège en continuité du curriculum de l'école... »

Rapporté par ...le Groupe ifé de Caen- Groupe didactique de l'IREM de Basse Normandie



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

RECHERCHE

13h45-15h30 interventions des quatre conférenciers suivants

Le calcul, de l'école au collège, vers le calcul algébrique. Michèle Artigue.

Comment entrer dans le travail algébrique : variables et fonctions ? Maggy Schneider.

Quels problèmes poser pour développer les compétences nouvelles : définir, représenter, argumenter, raisonner ? Denise Grenier.

Quelques résultats de la recherche didactique en mathématiques pour observer le système d'enseignement ? Alain Mercier.

Alain Mercier

Quelques résultats de la recherche didactique en mathématiques pour observer le système d'enseignement ?

« Principe 1

Les manières d'organiser l'étude déterminent le type de savoir qu'il est possible d'apprendre.

Principe 2

Ce qui s'enseigne détermine ce qui peut être appris.

Principe 3

Ce qui s'enseigne n'est pas ce que décrit le programme d'enseignement officiel

Principe 4

Ce qui n'est pas enseigné ne peut être connu que par son usage ...
mais qui l'utilise ne sait pas ce qu'il connaît »

15h45- 16h45 Table ronde

Introduction au débat par Yves Chevallard, médaille Hans Freudenthal 2012 pour son œuvre en didactique des mathématiques.

Débat avec la salle et Mariolina Bartolini-Bussi, didacticienne, Vincent Borelli, mathématicien, le doyen du groupe de l'enseignement primaire de l'IGEN, la doyenne du groupe des mathématiques de l'IGEN.

Eléments pour une instruction publique nouvelle

« Le pouvoir ne donne aucun privilège
en terme de savoir »

... passer à une nouvelle civilisation
didactique

« Problème d'instruction publique global que l'on
condamne uniquement à l'enfance:

Nous avons quitté cette conférence ...

pour prendre notre train

... dans l'excellence de la prestation
de Y. Chevallard

Clarisse Gallien - Claudine Plourdeau - Ruben Rodriguez Herrera



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

RECHERCHE

Les questions posées

Quel enjeu pour l'enseignement des mathématiques à l'école du socle ?

Comment améliorer le rapport des élèves aux mathématiques ?

Quelles questions sont posées à la recherche sur l'enseignement et les apprentissages en mathématiques ?

Quels thèmes aborder lors de prochaines conférences nationales sur l'enseignement des mathématiques ?

Le débat sera présidé par Michèle Artigue, présidente du conseil Scientifique des IREM, ex présidente de ICMI.

16 h 45 conclusions et perspectives

Jean Michel Blanquer Directeur général de l'Enseignement scolaire,
Ministère de l'Éducation nationale.

Rapporté par ... Groupe ifé de Caen- Groupe didactique de l'IREM de Basse Normandie