Elemento simétrico axial de un punto y desplazamiento de un segmento por plegado

Por Danielle Salles-Legac, Ruben Rodriguez Herrera, Anne-Marie Bock

Hemos visto en algunas de nuestras publicaciones la importancia de estudiar las propiedades de la geometría del plano con la ayuda de los plegados.

Recordamos las principales axiomas de la geometría de los plegados descubridos por J. Justin en Francia y H. Huzita en Japan que nos seran utiles.

Axioma 1 :Un único pliegue pasa por dos puntos dados (definición de una recta por dos puntos)

Axioma 2 Un único pliegue pone un punto sobre un otro punto, los dos dados (existencia de la mediatriz)

Axioma 3 Un único pliegue pone una recta sobre una otra, las dos dadas (existencia de la bisectriz)

Axioma 4 Un único pliegue pasa por un punto dado y es ortogonal a una recta dada (existencia de la recta ortogonal a una otra y pasando por un punto dado)

Vamos a estudiar problemas importantes de géométría del plano :

La simetría axial

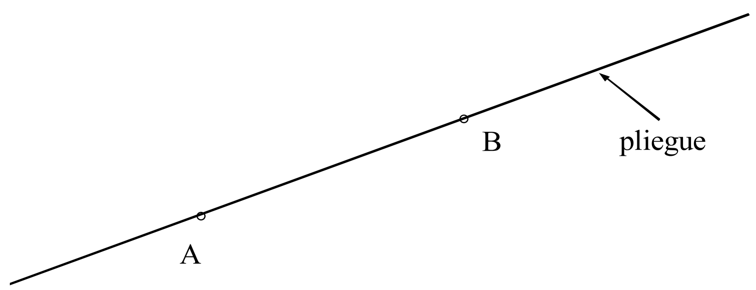
El traslado de un segmento sobre una derecha

El desplazamiento de un segmento en el plano

La geometría de los plegados (o origamis) es muy interesante para los jovenes porque les permite aprender nuevas operaciones geométricas « con las manos » sin utilizar los instrumentos usuales : el compás, la regla. Entonces, después de haber manipulado los plegados sera mas fácil reflexionar sobre figuras mas abstractas, tenemos aquí dos maneras de aprender que se refuerzan entre ellas.

I-Construír por plegados el simétrico de un punto reporto a un punto dado.

Sean dados dos puntos A y B, hacemos un pliegue pasando por los dos puntos para materializar la recta definida por ellos.(axioma 1)



La axioma 4 de Justin-Huzita nos permite construir dos pliegues ortogonales a la recta (AB) pasando por A et B. Hacemos el pliegue pasando por A en « cumbre » y el pliegue que pasa por B en « valle », ve usted la siguiente página.

Llamaremos el pliegue doble formado por los dos pliegues, un pliegue de « costurera ».

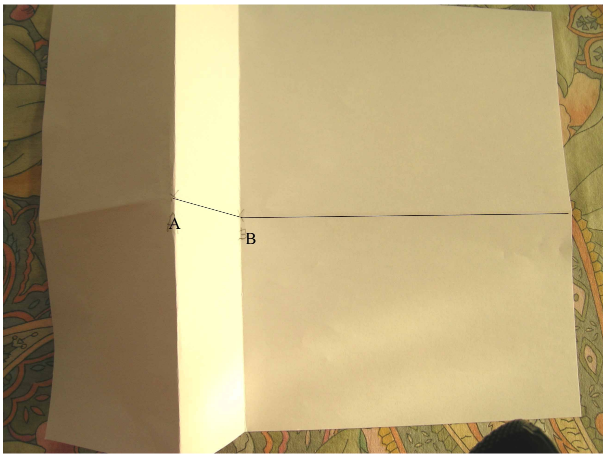


Foto n°1 Pliegue de la hoja perpendicularmente al pliegue (AB) al punto A en « cumbre », pliegue de la hoja perpendicularmente al pliegue (AB) B en « valle » ; luego formación del pliegue de costurera.

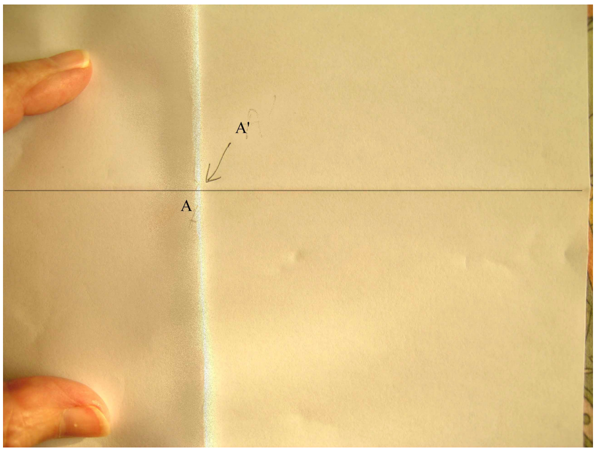


Foto n°2 Planchamos el pliegue doble sobre si mismo, el segmento [AB] se encuentra dentro del pliegue de costurera. La intersección del pliegue ortogonal en la recta (AB) sobre A con la recta definida por (AB) es el punto A ' imagen de A por la simetría de centro B.

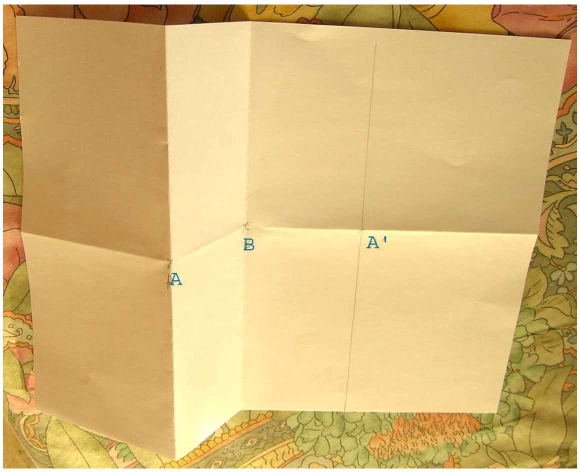


Foto n°3 materializamos la imagen del pliegue que determinaba el elemento simétrico A ' de A con relación a B por su intersección con la recta (AB) por una línea con el lápiz a papel.

Applicacion del pliegue de costurera al deslizamiento de un segmento dado sobre una recta hasta un punto fijado.

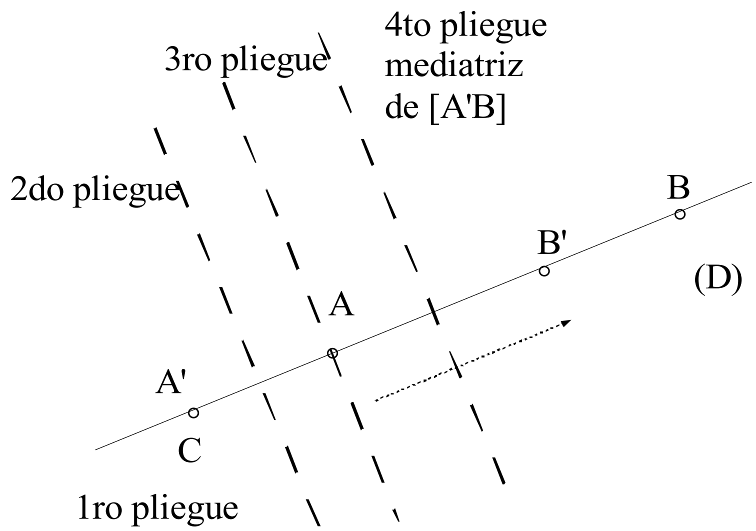
Sea una recta dada (D), un punto C fijado sobre esta recta y un segmento dado [AB], deseamos traladar [AB] hasta [A'B'], A' sobre C.

Dejamos los estudiantes reflexionar sobre la posibilidad de resolver el problema. Como hemos estudiado el plegado de costurera, se proponen tratar de utilizarle.

Remarcamos que se resolve muy bien el problema si tenemos un compas: reportamos la medida AB del segmento sobre (D) a partir de C. Pero ¡no es muy interesante! Dejamos el compas y resolvamos el problema con plegados, veremos que encontraremos a una muy intersante propiedad del tralado.

Aqui una solucion proponida por uno de nosotros. Hacemos un pliegue doble de costurera (pliegues 2 y 3) que pone el punto A sobre C en A' (hemos construido dos rectas paralelas a distencia CA/2 que son ortogonales a (D)). Para encontrar la imagen B' de B hacemos un cuarto pliegue que es la mediatriz de [A'B], la imagen de A por este pliegue es B', ¿Sabe usted porqué?

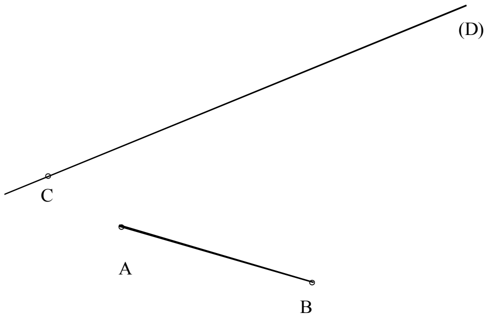
¿Estaba necesario el segundo pliegue?

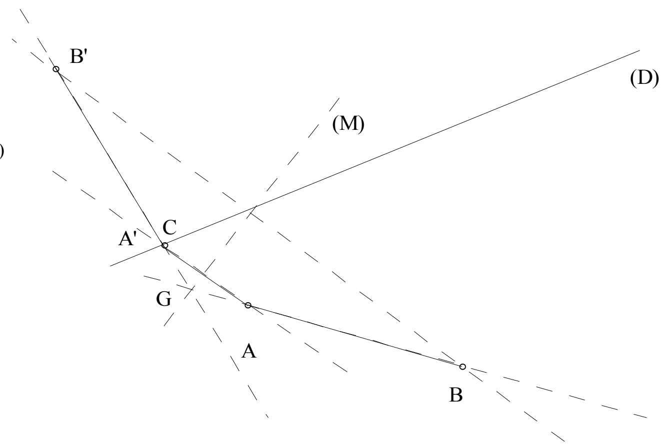


Applicacion del pliegue de costurera al deslizamiento de un segmento en el plano sobre una recta (D) a partir de un punto dado

Notamos que el deslizamiento de un segmento dado [AB] en el plano sobre una recta hasta un punto dado de esta recta es lo mismo que la geometria del "reporto de una longitud AB sobre una recta apartir de un punto C, con un compas" que hemos tratado en nuestros libros : "Practicar la geometria" y "Nuevas practicas de la geometria" (este en frances) ver la bibliografia.

Proponemos la siguiente figura a nuestros estudiantes y collegos:





Uno de los collegos propone la solucion dibujada en la derecha.

Hacemos un primer pliegue que pone el punto A sobre la recta (D) en el punto C . Este pliegue es la mediatriz (M) del segmento [CA). El pliegue (AB) encuentra (M) en el punto G. En el pliegue (GC) se situa el segmento [A’B’] simetrico de [AB] reporto a (M). Hemos obtenido el punto B’ como la interseccion de una recta (dada por plegado) paralela a (CA) y pasanto por B.

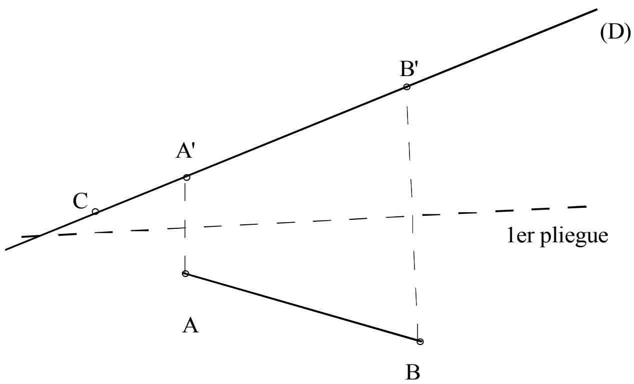
Hemos hecho cinco pliegues.

Tenemos ahora de hacer una rotacion de [A’B’] al rededor de A’ (que esta en C). Tenemos seis pliegues.

Hemos hecho une simetria de eje (M), la imagen de [AB] es [A’B’] pues una rotacion de centro C.

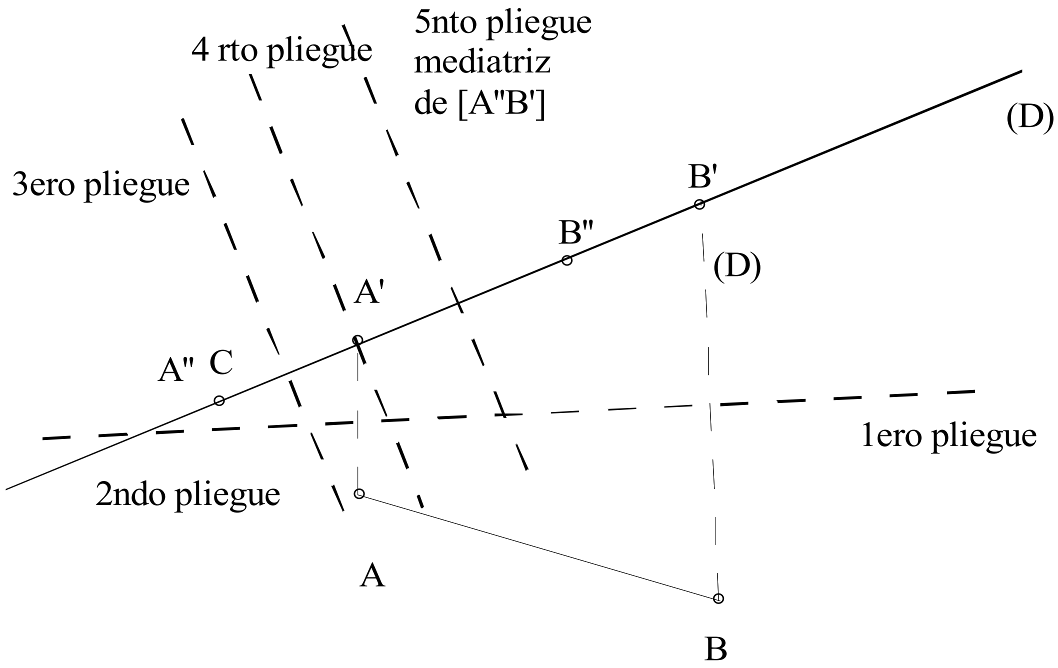
¿ Esta construcción necesita 6 pliegues y nos parece un poco complicada, por qué lo citamos? El caso es que muestra bien la influencia cuyo problema es puesto sobre el modo en el que va a ser contemplado: ¿ el dado del punto C sobre (D) incita a trabajar directamente sobre C, si no hubiéramos colocado el punto C o si, hasta no hubiéramos dado figura dejando la iniciativa a cada uno, habríamos obtenido soluciones diferentes? Es todo el interés en animar a los alumnos a adoptar actitudes diferentes enfrente de un problema, con riesgo de ayudarles un poco si apenan.

Le proponemos ahora otra solucion : efectuar en primer lugar la rotación que hace el segmento [AB] desplazarlo [A' B '] sobre la derecha (D) (axioma 3 de J. Justin y H. Huzita.). Utilizamos la bisectriz del angulo formado por (D) y (AB) (axioma 3 de J. y H.)



Notamos que este pliegue no pasa necesariamente por C.

Queda tralazar [A'B'] sobre la recta (D) con el precedente método. Lo que necesita cinco pliegues



Cuestión subsidiaria: ¿ no hicimos un pliegue inútil? ¿ Podemos pasar, por consideraciones de simetría, del 3ro pliegue?

Bibliografia

JUSTIN Jacques *Résolution par pliage de l'équation du 3ème degré* Publications de l'I.R.E.M. de Strasbourg, en ligne :
irem.u-strasbg.fr/php/publi/ouvert/articles/42_***Justin***.*pdf*

HUZITA H. *Démarches de la première réunion internationale de la Science et de la technologie d'Origami*, H. Huzita E-D. (1989), pp. 251–261.
En ligne : http://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques_des_origamis

LAFOND Michel « Origami : construction d'un heptagone régulier » in *Feuille de vigne* n°122, Décembre 2011, Publications de l'I.R.E.M. de Dijon.

RODRIGUEZ HERRERA Ruben, SALLES-LEGAC Danielle *Practicar la geometría : de la acciones directamente experimentables a sus formalizaciones matemáticas* Publicaciones del IREM de Baja-Normandía, Caen 2009

SALLES-LEGAC Danielle, RODRIGUEZ HERRERA Ruben *Nouvelles pratiques de la géométrie*. Caen, I.R.E.M. de Basse-Normandie 2006.

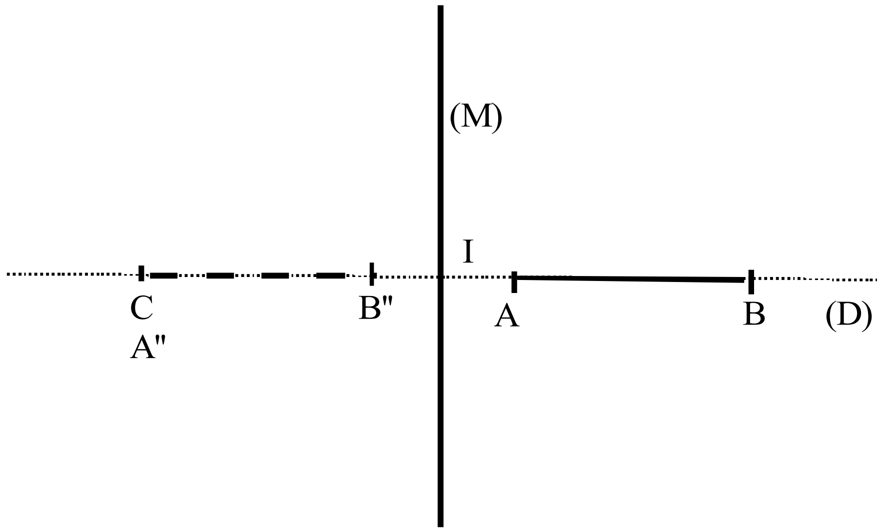
SALLES-LEGAC Danielle et l'équipe de géométrie de l'I.R.E.M. de Basse-Normandie « Géométrie des pliages » in *Le miroir des mathématiques* (n°5) Décembre 2009. Caen I.R.E.M. de Basse-Normandie, en ligne :http://www.math.unicaen.fr/irem/.

Annexo

Hay numerosas soluciones al problema de los deslizamiento de un segmento en el plano sobre un punto dado. Es interesante estudiar no solamente una porque es muy pedagógico « atacar » un problema de diferentes maneras para **consolidar las propiedades utilizadas en la resolución.**

Hemos observado que en fin de la solución final , se parece que no es util el tercero pliegue. En efecto si observamos la figura, a causa de la traslación , vemos que hay una simetría de los puntos A', A'', B', B'' reporto al eje mediatriz de (A''B').

Observamos la figura, supongamos que hemos resolvido el problema:



Remarcamos una simetría que utilizamos al fin de la construcción de la página anterior: la figura es simétrica con relación a la mediadora (M) de [CB] que lo encuentra (D) en I. En efecto AA" = BB", además AB = A"B" por definición de la trazlación. El punto I siendo el medio de [AB"] tenemos:

CI = IB pues B"I = CI - CB" e IA = IB - AB pues B"I = IA. Para encontrar la imagen B" de B basta pues con trazar por un pliegue a la mediatriz (M) de [CB], luego un pliegue ortogonal a (D) en A, estos dos pliegues definen por un pliegue de costurera la imagen B" de B. Podemos construir a esta mediatriz en 2o pliegue ya que conocemos A, B y C. El segundo pliegue que traía A sobre C era pues inútil.