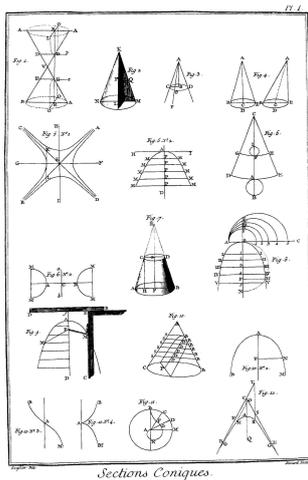


<https://irem.unicaen.fr/spip.php?article172>



Le plan du Livre III et les outils utilisés

- Groupes - Histoire des sciences - Groupe de lecture des Coniques d'Apollonios de Pergé -



Date de mise en ligne : dimanche 18 décembre 2022

Copyright © IREM de Caen Normandie - Tous droits réservés

Section précédente : [Interprétation moderne des relations d'Apollonios](#)

Le plan du Livre III et les outils utilisés.

Le Livre III du *Traité des Coniques* présente une structure et une organisation logique assez simple.

En modernisant le propos, on peut résumer les six parties du Livre III de la manière suivante. Ce découpage ainsi que les sous-titres sont de notre fait et ne figurent pas dans le texte d'Apollonios.

La première partie rassemble les propositions 1 à 15 sous le titre « *Les triangles* ». Elle concerne des égalités d'aires de triangles et quadrilatères formés par les ordonnées d'un point d'une conique relativement à deux repères. On y utilise le groupe des propositions 42 à 45 du Livre I. Elles sont résumées plus loin lors de l'étude détaillée de cette partie.

La deuxième partie comporte les propositions 16 à 29 sous le titre « *Les puissances* ». Elle est consacrée aux propriétés des puissances que nous appellerons directionnelles d'un point par rapport à une conique. On y fait appel à la première partie « *Les triangles* » du Livre III. On trouve aussi des utilisations de I.21 (deuxième forme des relations caractéristiques de l'ellipse et de l'hyperbole), de I.60 (construction et définition des hyperboles conjuguées) et de II.11 (constance du produit des distances d'un point d'une hyperbole aux asymptotes dans la direction d'un diamètre).

La troisième partie rassemble les propositions 30 à 40 sous le titre « *Le pôle et la polaire* ». On y trouve la propriété générale de la division établie par une conique sur une sécante entre le pôle et sa polaire. On y utilise la première partie « *Les triangles* » du Livre III ainsi que des propriétés des livres précédents, principalement : I.20 et I.21 (deuxième forme des relations caractéristiques des coniques), I.37 et I.38 (propriété caractéristique du pied de la tangente en un point sur un diamètre ou sur le diamètre conjugué), II.8 (symétrie oblique des asymptotes) et II.12 (constance du produit des distances d'un point d'une hyperbole aux asymptotes dans des directions données).

La quatrième partie réunit les propositions 41 à 44 sous le titre « *Les tangentes* ». Elle traite de certaines propriétés des tangentes à une conique. On ne fait appel à aucune des propositions précédentes du Livre III, mais sont utilisées : I.35, I.37 et I.38 (propriété caractéristique du pied de la tangente en un point sur un diamètre ou sur le diamètre conjugué) et II.12 (constance du produit des distances d'un point d'une hyperbole aux asymptotes dans des directions données).

La cinquième partie comporte les propositions 45 à 52 sous le titre « *Les foyers* ». Elle concerne la définition et les principales propriétés des foyers, y compris la définition bifocale des ellipses et hyperboles. On y utilise principalement la proposition 42 de la partie précédente « *Les tangentes* » du Livre III.

Enfin la sixième partie réunit les propositions 53 à 56 sous le titre « *La génération* ». Elle est consacrée à la génération ponctuelle et/ou tangentielle des coniques, c'est-à-dire à la construction point par point d'une conique dont on connaît deux points avec leurs tangentes, et un autre point. Elle fait surtout appel aux propositions 16, 18, 20 de la deuxième partie « *Les puissances* » du Livre III.

Dans ce qui précède nous n'avons fait mention que des énoncés non triviaux, c'est-à-dire autres que les propositions supposées bien connues des Livres I et II (propriétés des diamètres et asymptotes, relations caractéristiques des coniques, etc...) dont on a pu trouver un résumé plus haut. Les références internes à chaque partie ne sont pas non

plus indiquées.

Section suivante : [Le contenu mathématique du Livre III : les triangles \(prop. 1 à 15\)](#)